

数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等 / 中等教育类核心期刊

2014.1

中国数学会·北京师范大学 主办

万方数据

数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)

刊名题字 郭沫若

2014年 第53卷 第1期

(1月30日出版)

名誉主编 刘绍学
主 编 保继光
副主编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会

主 办:中国数学会

北京师范大学

编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部

地址邮编:北京师范大学(100875)

电话传真:010-58807753

投稿网站:<http://www.shxtb.com>

E-mail: shxtb@bnu.edu.cn

排 版:《数学通报》编辑部

印 刷:河北天普润印刷厂

发 行:北京报刊发行局

订 购:全国各地邮局

代 号:2-501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

特稿

李生素数猜想 刘建亚(1)

数学教育

国外数学归纳法教学研究综述 王 科 汪晓勤(3)

我国20世纪30年代初中实验几何教科书考察 陈 婷(8)

教学园地

保护学生创新意识 关注学生课后探究 朱胜强(11)

让学生经历最接近历史的“再发现与再发明”

..... 李建明 李继选(14)

教学研究

大道至简:再议数学教学内容的结构化组织 石树伟(18)

高中数学教材二次开发的“源泉” 李金蛟(22)

让探究成为数学课堂教学的常态 董荣森(25)

解题教学

几个平均数的一个新不等式链 张云飞(29)

悟“和而不同” 品数学智慧 蔡卫兵(32)

一道高考解析几何题的高等几何背景探究

..... 韩新生 姚 璐(35)

解题研究

探究一道几何开放题中的数学思想方法

..... 何忆捷 彭 刚(38)

再探“三扇门”后的概率玄机 刘新求 陈 兵(42)

比较研究

中美高中代数标准的比较研究 王林全(44)

考试研究

MPSI与“北约”、“华约”自主招生考试试题的比较研究

..... 张贺佳(48)

初数研究

四面体中的Guggenheimer不等式 段继艳 王卫东(51)

整数度数的正余弦 何时才能是有理数 郝四柱(53)

正三角形一个性质的推广 徐 道(55)

指正与争鸣

关于2139问题的解答 刘南山 彭新生(58)

读刊随笔

数学解题勿忘自然、简单的原则 王芝平 王 坤(59)

$3 \times n$ 方格染色问题的再研究 卢家华 吴 康(61)

其他 (63)

数学问题解答 (64)

$$c^k(a+b)2k \leq \frac{2^{2k}(a+b+c)^{3k}}{3^{3k}},$$

以上三式相加即得

$$\begin{aligned} & a^k(b+c)^{2k} + b^k(c+a)^{2k} + c^k(a+b)^{2k} \\ & \leq \frac{2^{2k}(a+b+c)^{3k}}{3^{3k-1}}. \end{aligned}$$

2014 年 1 月号问题

(来稿请注明出处——编者)

2161 设 $a, b, c \in \mathbf{R}^+$, 且 $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + abc = 32$, 求证: $4 < a+b+c \leq 6$.

(贵州省贵阳市乌当中学教师 陈启健

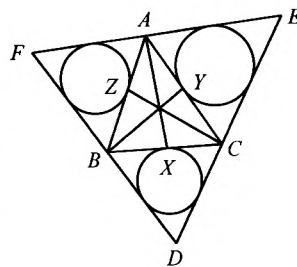
550018)

2162 已知 n 是正整数, 求证:

$$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{3 + \sqrt{\cdots \sqrt{n}}}}} < 3.$$

(江西南昌大学附中 宋庆 330047)

2163 如图, 点 D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 的旁心, $\triangle ABF, \triangle BCD, \triangle CAE$ 的内切圆与 $\triangle ABC$ 三边的切点分别为 Z, X, Y , 则 AX, BY, CZ 共点.

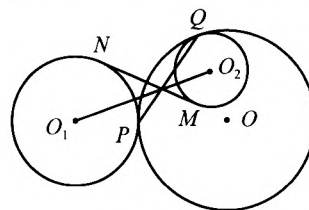


(湖北省公安县第一中学 杨先义 434300)

2164 试证: $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n+1} < \frac{11}{10} (n \in \mathbf{N}^+)$.

(浙江湖州市双林中学 李建潮 313012)

2165 如图, 已知: $\odot O_1$ 与 $\odot O$ 外切于点 P , $\odot O_2$ 与 $\odot O$ 内切于点 Q , MN 是 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的公切线, M, N 为切点. 则 PQ, O_1O_2, MN 三线共点.



(安徽省肥西中学 刘运宜 231200)

(上接第 62 页)

消去 x_n, x_{n-1} 整理化简得

$$a_{n+1} = pa_n - qa_{n-1} (n \geq 2) \quad (3)$$

其中 $p = k^3 - 5k^2 + 11k - 10$,

$$q = k^4 - 7k^3 + 19k^2 - 24k + 11$$

显然(3)式可以通过特征方程来求解 a_n , 但其特征根较为复杂, 使得 a_n 的通项失去实际计算的意义, 故不列出. 但可以由递推关系(3)式来得到简单情形的结论.

例 1 用至多 k 种颜色对“田”字的九个交点染色, 要求相邻交点不同色, 求染色方法数.

分析 由已知此问题相当于求 a_3 , 由(3)式可知, 只要求出 a_1, a_2 即可.

解 由引理 2 与引理 3 得:

$$a_2 = \frac{(f_{4,k})^2}{k(k-1)} = k(k-1)(k^2 - 3k + 3)^2,$$

显然 $a_1 = k(k-1)^2$, 把 a_1, a_2 代入(3)化简得

$$a_3 = k[(k^2 - 3k + 3)^4 + k - 2].$$

至此, 对于 $3 \times n$ 方格染色问题得到了进一步的解决, 整个过程的推导都离不开不断的猜想与检验, 最终得到正确的结论. 实践是检验真理的唯一标准. 所以每当探索新知时, 除了在理论上加以证明, 实际的检验也是必不可少的.

参考文献

- 1 卢建立, 任凤霞. $3 \times n$ 方格染色问题的两个新结果[J]. 数学通报, 2011, 12: 48-49
- 2 张先迪, 李正良. 图论及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 6~7
- 3 范思琪, 吴康, 李祥立. 从一个图论问题谈高考与竞赛的关系[J]. 澳门教育, 2004, 2: 58-61