

数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等/中等教育类核心期刊

2014.3

中国数学会·北京师范大学 主办

数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)
刊名题字 郭沫若
2014年 第53卷 第3期
(3月30日出版)

名誉主编 刘绍学
主 编 保继光
副主编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会
主 办:中国数学会
北京师范大学
编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部
地址邮编:北京师范大学(100875)
电话传真:010—58807753
投稿网站:<http://www.shxtb.com>
E-mail:shxtb@bnu.edu.cn
排 版:《数学通报》编辑部
印 刷:河北天普润印刷厂
发 行:北京报刊发行局
订 购:全国各地邮局
代 号:2—501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

数学教育

- “奇、偶函数”考源 汪晓勤(1)
如何做有价值的数学教育研究 董连春(5)

教学园地

- 也谈圆锥曲线的相似问题 田传弟(9)
充分发挥代数方法在探究曲线性质中的作用 朱胜强(14)

国外数学

- CCSSM 视角下的美国高四数学课程 廖运章(17)
意大利数学在线活动设计简介
..... 周士民 王 君 聂立川(22)

教学研究

- 平面向量中几个概念的教学引入 李振雷(26)
三维目标下的探究教学设计 渠东剑(28)
基于多元表征的平方差公式教学研究
..... 胡云学 胡 玮 彭乃霞(33)

解题教学

- 试论高中数学课堂教学中教师的示范作用 施永新(36)
一道2013年高考试题的“秒杀”引发的探究 李培颖(40)
隐藏在优美对称中的位置与数量关系 徐 红(42)
精彩在交流中生成 思维在探究中闪光 张忠旺(44)

考试研究

- 重现命制过程 剖析思路变化 王亮亮(48)

解题研究

- 空间想像的支架 朱华根(52)

初数研究

- 过椭圆(双曲线)上任意一点作切线的新方法 蓝贤光(56)
史坦纳定理与镜像线在有心圆锥曲线中的拓广 ... 张俭文(57)

读刊随笔

- 一个无理不等式猜想的推广及其证明 甘义宁(62)

- 数学问题解答 (64)

即

$$d = \sum_{k=1}^{2013} k - \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k}. \quad (3)$$

设 $e = \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k}$, e 两边同乘 10 得

$$10e = \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^{k-1}} = 1 + \sum_{k=1}^{2012} \frac{k+1}{10^k},$$

$10e$ 与 e 两式相减相消得

$$9e = 1 + \sum_{k=1}^{2012} \frac{1}{10^k} - \frac{2013}{10^{2013}},$$

因而有

$$e = \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k} = \left(1 + \sum_{k=1}^{2012} \frac{1}{10^k} - \frac{2013}{10^{2013}}\right) / 9. \quad (4)$$

$$\text{由 } b = d \times 7/9 = \left(7 \times \sum_{k=1}^{2013} k - 7 \times \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k}\right) / 9, \quad (5)$$

注意到(4)得

$$\begin{aligned} 7e &= 7 \times \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k} \\ &= \left(7 + \sum_{k=1}^{2012} \frac{7}{10^k} - 7 \times \frac{2013}{10^{2013}}\right) / 9 < 1. \end{aligned}$$

$$\text{易知 } \sum_{k=1}^{2013} k = \frac{2013 \times 2014}{2} = 2027091.$$

$$\begin{aligned} \text{则 } 7 \times 2027091 &< 7 \times \sum_{k=1}^{2013} k - 7 \times \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k} \\ &< 7 \times 2027091 - 1. \end{aligned}$$

由式(5)即得

$$\begin{aligned} [b] &= \left[\left(7 \times \sum_{k=1}^{2013} k - 7 \times \sum_{k=1}^{2013} \frac{k}{10^k}\right) / 9 \right] \\ &= [14189636/9] = 1576626. \end{aligned}$$

结果: a 的整数部分为1565, b 的整数部分为1576626.

2014年3月号问题

(来稿请注明出处—编者)

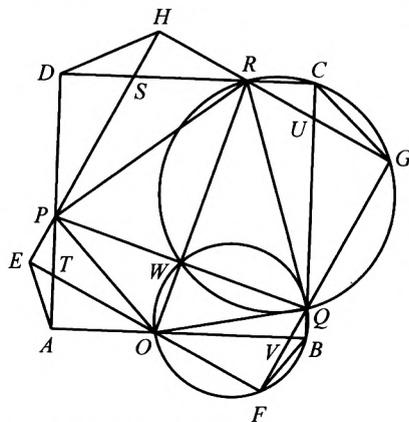
2171 在 $\triangle ABC$ 中, AD, BE, CF 分别为其三边上的高. H 为垂心,角 A, B, C 所对三边为 a, b, c, α 为角 A, B, C 中最大的角, $[\cos \alpha]$ 表示不大于

$\cos \alpha$ 的最大整数. R 为 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径,则在任意三角形 ABC 中都有关系式 $a^2 + b^2 + c^2 = 8R^2 + 2(-1)^{[\cos \alpha]} AH \cdot HD$ 成立.

(安徽省安庆市三中 汪学思 246003)

2172 (如图)已知两个正方形 $ABCD, EFGH$,且满足 AB 分别交 EF, FG 于 O, V, BC 分别交 FG, GH 于 Q, U, CD 分别交 GH, HE 于 R, S, DA 分别交 HE, EF 于 P, T ,则 $S_{\triangle AOE} + S_{\triangle APE} + S_{\triangle COQ} + S_{\triangle CRG} = S_{\triangle BOF} + S_{\triangle BOV} + S_{\triangle DRH} + S_{\triangle DPH}$.

(江西师大鹰潭学院 王建荣 335000)



2173 设 n 为正整数,证明:

$$\frac{1}{1c_n^1} + \frac{3}{2c_n^2} + \frac{5}{3c_n^3} + \dots + \frac{2n-1}{nc_n^n} \geq \frac{n^2}{2^{n-1}}.$$

(安徽省明光市涧溪中学 盛宏礼 239461)

2174 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$,过点 $M(p, 0)$ (其中 $|p| \leq a$)作两条互相垂直的直线 l_1, l_2 ,设 l_1 与椭圆相交于点 A, B, l_2 与椭圆相交于点 C, D ,则有 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} \leq \frac{4b^2(p^2 - a^2)}{a^2 + b^2}$.

(云南省大理州漾濞一中 秦庆雄 范花妹 725000)

2175 设 $x, y, z > 0$,求证:

$$\begin{aligned} &\sqrt{\frac{y+z}{2x}} + \sqrt{\frac{z+x}{2y}} + \sqrt{\frac{x+y}{2z}} \\ &\geq \sqrt{\frac{2x}{y+z}} + \sqrt{\frac{2y}{z+x}} + \sqrt{\frac{2z}{x+y}}. \end{aligned}$$

(陕西省咸阳师范学院教育科学学院 安振平 712000)