

# 数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等/中等教育类核心期刊

2014.5

中国数学会·北京师范大学 主办

万方数据

# 数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)

刊名题字 郭沫若

2014年 第53卷 第5期

(5月30日出版)

名誉主编 刘绍学

主 编 保继光

副主编 胡永建 柳 彬

编 委 (按汉语拼音为序)

保继光 代 钦 董 昭

冯荣权 葛 军 郭要红

何书元 胡永建 郇中丹

黄 红 蒋 迅 金宝铮

李建华 李善良 柳 彬

任子朝 孙晓天 汤 涛

王幼宁 杨世明 章建跃

张思明 张秀平 朱维宗

编 辑

郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会

主 办:中国数学会

北京师范大学

编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部

地址邮编:北京师范大学(100875)

电话传真:010—58807753

投稿网站:<http://www.shxtb.com>

E-mail:shxtb@bnu.edu.cn

排 版:《数学通报》编辑部

印 刷:河北天普润印刷厂

发 行:北京报刊发行局

订 购:全国各地邮局

代 号:2—501

本期责任编辑 郑亚利

## 目 次

### 特稿

你能听出一面鼓的几何形状吗 ..... 陈 化(1)

### 数学教育

大学与高中衔接教育研究中的若干问题评述 ..... 高雪芬(7)

### 国外数学

美国 AP 统计学课程体系研究 ..... 朱 虹(10)

### 教学研究

基于 HPM 的教师教学需要的统计知识调查研究  
..... 吴 骏 赵 锐(15)

基于三种学习理论整合的数学概念教学设计  
..... 李彩红 李 伟(19)

重视参与建构 培养认知策略 ..... 童正卿(24)

### 教学园地

从三节“同课异构”课看目标定位的方法和意义 ... 孙四周(27)

设计模拟随机试验 化解概率学习疑惑 ..... 朱胜强(32)

教师“贴地”而行 学生“翩翩”起舞  
..... 王华民 郑宝生 阮必胜(35)

简单有效传统的教学设计——问题与问题串 ..... 黄桂君(39)

### 竞赛园地

第十七届北京高中数学知识应用竞赛决赛试题及解答 ... (42)

### 解题教学

注重培养转化意识 提高解几解题能力 ..... 唐舜生(45)

三度“解说” 三重意境 ..... 龚辉斌(48)

例说如何培养学生的数学探究能力 ..... 朱 丹(51)

### 读刊随笔

深刻反思的视角:理解数学、独立思辨、小中见大 ... 刘东升(55)

离心率相同的椭圆性质初探 ..... 徐德同(56)

### 初数研究

圆锥曲线的 Ptolemy 定理 ..... 徐 道(60)

探求正多边形两个性质的实质 ..... 张青山(62)

数学问题解答 ..... (63)

T;则

$$\frac{1}{BD} - \frac{1}{EF} = \frac{1}{EG} - \frac{1}{TS}.$$

(南京市莫愁路 355-1-204 潘成华)

**2183** 若  $a, b, c, d$  是互不相等的四个非零实数, 并且满足下列两个条件:

$$(1) \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} = 4;$$

$$(2) ac = bd.$$

试求  $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} + \frac{c}{a} + \frac{d}{b}$  的最大值.

(四川省资阳市外国语实验学校 蔡勇全 641300)

**2184** 在非直角三角

形  $ABC$  中,  $A = 45^\circ$ ,  $H$

是  $\triangle ABC$  的垂心, 且

$$m \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\tan C} + \frac{\overrightarrow{AC}}{\tan B},$$

则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

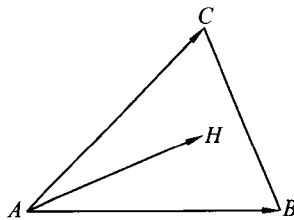
(江苏省徐州市第

一中学 张培强 221140)

**2185** 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\frac{\cos A + m \cos C}{\cos A + m \cos B} = \frac{\sin B}{\sin C}$ , 其

中  $m \geq 1$  为常数, 判断  $\triangle ABC$  的形状.

(湖北省公安县第一中学 杨先义 434300)



(上接第 62 页)

**简证** 由三角形重心的性质显然有关系  $\overrightarrow{SG_i} = \frac{1}{3} \overrightarrow{SA_i}$ , 即知点集  $\{G_i\}$  是由点集  $\{A_i\}$  通过以点

$S$  为位似中心, 变换关系为  $\overrightarrow{SG_i} = \frac{1}{3} \overrightarrow{SA_i}$  的位似变换而得到的, 即可知多边形  $G_1 G_2 \cdots G_n$  是正  $n$  边形, 中心  $C$  在  $OS$  上, 且  $OC : CS = 2 : 1$ .

如果将上面定理 1、2 中的定点特殊化到正  $n$  边形  $A_1 A_2 \cdots A_n$  的外接圆上, 运用三角形欧拉线的性质, 即可得到下面性质.

**定理 3** 对正  $n$  边形  $A_1 A_2 \cdots A_n$  与外接圆上一点  $P$ , 正  $n$  边形  $A_1 A_2 \cdots A_n$  的中心为  $O$ , 三角形  $PA_1 A_2, PA_2 A_3, \cdots, PA_n A_1$  的垂心分别为  $H_1, H_2, \cdots, H_n$ , 三角形  $PA_1 A_2, PA_2 A_3, \cdots, PA_n A_1$  的九点圆心分别为  $E_1, E_2, \cdots, E_n$ , 则多边形  $H_1 H_2 \cdots H_n$  是正  $n$  边形, 中心为  $P$  点. 多边形  $E_1 E_2 \cdots E_n$  是正  $n$  边形, 中心为线段  $PO$  的中点.

**简证** 设三角形  $PA_1 A_2, PA_2 A_3, \cdots, PA_n A_1$  的重心分别为  $G_1, G_2, \cdots, G_n$ , 由三角形欧拉线的性质, 有  $\overrightarrow{OH_i} = 3 \overrightarrow{OG_i}, \overrightarrow{OE_i} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OG_i}$ , 即知点集  $\{H_i\}, \{E_i\}$  是由点集  $\{G_i\}$  通过以点  $O$  为位似中心, 变换关系分别为  $\overrightarrow{OH_i} = 3 \overrightarrow{OG_i}, \overrightarrow{OE_i} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OG_i}$  的位似变换而得到的, 由定理 1 知多边形  $G_1 G_2 \cdots G_n$  是正  $n$  边形, 那么多边形  $H_1 H_2 \cdots H_n$  是正  $n$  边

形, 中心为  $P$  点. 多边形  $E_1 E_2 \cdots E_n$  是正  $n$  边形, 中心为线段  $PO$  的中点.

**定理 4** 对正  $n$  边形  $A_1 A_2 \cdots A_n$  与其外接圆上两个定点  $P, Q$ , 线段  $PQ$  的中点为  $S$ , 正  $n$  边形  $A_1 A_2 \cdots A_n$  的中心为  $O$ , 三角形  $PQA_1, PQA_2, \cdots, PQA_n$  的垂心分别为  $H_1, H_2, \cdots, H_n$ , 三角形  $PQA_1, PQA_2, \cdots, PQA_n$  的九点圆心分别为  $E_1, E_2, \cdots, E_n$ , 则多边形  $H_1 H_2 \cdots H_n$  是正  $n$  边形, 中心  $D$  满足  $\overrightarrow{OD} = 2 \overrightarrow{OS}$ . 多边形  $E_1 E_2 \cdots E_n$  是正  $n$  边形, 中心为  $S$  点.

**简证** 设三角形  $PQA_1, PQA_2, \cdots, PQA_n$  的重心分别为  $G_1, G_2, \cdots, G_n$ , 由三角形欧拉线的性质, 有  $\overrightarrow{OH_i} = 3 \overrightarrow{OG_i}, \overrightarrow{OE_i} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OG_i}$ , 点集  $\{H_i\}, \{E_i\}$  是由点集  $\{G_i\}$  通过以点  $O$  为位似中心, 变换关系分别为  $\overrightarrow{OH_i} = 3 \overrightarrow{OG_i}, \overrightarrow{OE_i} = \frac{3}{2} \overrightarrow{OG_i}$  的位似变换而得到的, 由定理 2 知多边形  $G_1 G_2 \cdots G_n$  是正  $n$  边形, 那么多边形  $H_1 H_2 \cdots H_n$  是正  $n$  边形, 中心  $D$  满足  $\overrightarrow{OD} = 2 \overrightarrow{OS}$ . 多边形  $E_1 E_2 \cdots E_n$  也是正  $n$  边形, 中心为  $S$  点.

#### 参考文献

- 徐峰. 正多边形的两个性质[J]. 数学通报, 2013, 1
- 曾建国. 正多边形的两个性质的简证与推广[J]. 数学通报, 2013, 9