

数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等 / 中等教育类核心期刊

2014.6

中国数学会·北京师范大学 主办

数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)
刊名题字 郭沫若
2014年 第53卷 第6期
(6月30日出版)

名誉主编 刘绍学
主 编 保继光
副主编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会
主 办:中国数学会
北京师范大学
编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部
地址邮编:北京师范大学(100875)
电话传真:010—58807753
投稿网站:<http://www.shxtb.com>
E-mail:shxtb@bnu.edu.cn
排 版:《数学通报》编辑部
印 刷:河北天普润印刷厂
发 行:北京报刊发行局
订 购:全国各地邮局
代 号:2—501

本期责任编辑 魏 炜

目 次

数学人文

中国彩陶上的数学文化 代 钦(1)

数学教育

刍议教师理解数学的几个维度 李 祎(6)

教学研究

基于“四敢”精神的和谐课堂构建 杨正浩(11)

数学日记对职校生数学学习的影响 翟彩丽 汪晓勤(16)

试论数学问题改编的方式和要求 潘 超(21)

用好教材 回归本真 实现数学的教育价值 石志群(25)

教学园地

捕捉最佳提问时机 让数学课堂更精彩 胡 军(28)

初中频数直方图的内容定位及教学实施 杨小丽(33)

柯西不等式教学现状及策略分析 俞 昕(36)

解题教学

给学生的思维插上翅膀 张 健 李振雷(39)

一个平行四边形判定中的反例构造方法
..... 齐德鹏 齐爱芹(44)

发现一个圆锥曲线统一性质的心路历程 魏立国(46)

学生习作

拿破仑定理的两个推论 刘梓航(47)

解题研究

对一道不等式试题的追根溯源及拓展研究
..... 江战明 范虹燕(49)

一道几何题的探究与推广 俞 健(53)

读刊随笔

关于锦云三角形的模型 苏 强(54)

初数研究

二次曲线的一个封闭性质 吴 波(57)

一个不等式问题的推广 陈彦彦 邓洲恒 吴 康(61)

数学问题解答 (64)

2014 年 6 月号问题

(来稿请注明出处——编者)

2186 设 $\odot O_1$ 是半圆 $\odot O$ 的内切圆, $\odot O_1$ 切半圆 $\odot O$ 的直径 AB 于点 T , 又与 AB 的垂线 CD 相切, 直线 CD 交 AB 于点 D , 交半圆于点 C , 则存在一个圆 $\odot O_2$ 与 AB 切于点 T , 同时与 AC 相切, 又与以 BC 为直径的圆外切.

2187 设 $a, b, c \geq 0$, 且 $a^2 + b^2 + c^2 \leq 3$, 求证:

$$\frac{1}{4-a} + \frac{1}{4-b} + \frac{1}{4-c} \leq 1.$$

(陕西咸阳师范学院教育科学学院 安振平 712000)

2188 已知: 点 P 是边长为 a 的正三角形 ABC 的外接圆 $\widehat{BC}$ 上一点, M, N 为 $\widehat{AB}, \widehat{AC}$ 的中点, 弦 PM 与 AB 相交于 E 点, 弦 PN 与 AC 相交于 F 点.

求: $\triangle AEF$ 的周长的最小值.

(重庆市夏坎中学 余明荣 400700)

2189 求证: 有无穷多个正整数 n 使得 $n!+1$ 和 $(n+1)!+1$ 都不是完全平方数.

(浙江温州市区荷花路荷花大厦 1—611 陈克瀛 325000)

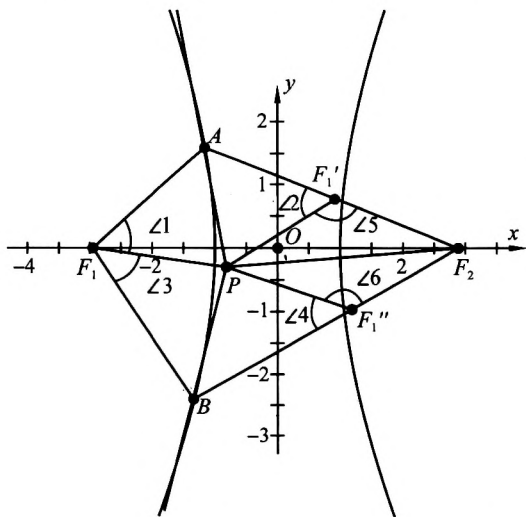
2190 $\triangle ABC$ 的三个旁切圆半径分别为 r_1, r_2, r_3 , 内切圆半径为 r , 求证: $r_1 + r_2 + r_3 \geq 9r$.

(江苏如皋市教师进修学校 徐道 226500)

(上接第 46 页)

称点 F_2' , 则 F_1, B, F_2' 和 F_2, A, F_1' 共线, 且 $F_1 F_2' = F_1' F_2 = 2a$, 连 PF_1', PF_2' , 则根据对称性, $\angle 1 = \angle 2$, $PF_1 = PF_1', PF_2 = PF_2'$, 即 $\triangle PF_1 F_2' \cong \triangle PF_1' F_2$, 所以 $\angle 2 = \angle 3$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$.

问题三 P 为双曲线外一点, 过 P 作双曲线左支两切线, 分别切左支于 A, B 两点, F_1, F_2 分别为双曲线左、右焦点, 求证: $\angle AF_1 P = \angle PF_1 B$.



如图, 做 F_1 关于切线 PA, PB 对称点 F_1', F_1'' , 连 $PF_1, PF_2, PF_1', PF_1''$, 显然 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$, 又 $AF_1 = AF_1', BF_1 = BF_1''$, 由双曲线光学性质可知, A, F_1', F_2 和 B, F_1'', F_2 三点共线,

又由双曲线定义得 $F_2 F_1' = F_2 F_1'' = 2a$, 又 $PF_1 = PF_1' = PF_1''$, 所以 $\triangle PF_1' F_2 \cong \triangle PF_1'' F_2$, 所以 $\angle 5 = \angle 6$, 所以 $\angle 2 = \angle 4$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$.

3 圆锥曲线一个统一性质

过圆锥曲线外一点 P 作圆锥曲线两条切线 (如双曲线只向同一支作), 切圆锥曲线于 A, B , 若圆锥曲线焦点为 F , 则 $\angle PFA = \angle PFB$.

从上述三个问题的证明可以看出, 证明的简洁, 得益于圆锥曲线定义和圆锥曲线光学性质以及三角形全等的完美结合.

4 性质获得的反思

(1) 在解决某个数学问题时, 如果感觉很困难, 找不到思路, 不要一条道走到黑, 可以换个角度思考. 例如: 代数方法困难, 看能否从几何角度思考, 正面解决有困难, 看能否从反面去思考. 这样, 往往会给我们解决问题带来一线生机.

(2) 不能就问题解决问题, 要学会类比、归纳、猜想、证明, 发现一类问题的普遍规律.

(3) 作为教者, 在教学过程中要暴露自己的思维过程, 贴近学生的最近思维发展区, 寻求师生思维的共鸣.

(4) 培养创造型人才是素质教育的核心. 作为教者, 在教学过程中要引导学生学会类比、归纳、猜想、证明, 去发现自然界中的普遍规律.