

数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等/中等教育类核心期刊

2014.7

中国数学会·北京师范大学 主办

(1936年8月创刊)
刊名题字 郭沫若
2014年 第53卷 第7期
(7月30日出版)

名誉主编 刘绍学
主 编 保继光
副主编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会
主 办:中国数学会
北京师范大学
编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部
地址邮编:北京师范大学(100875)
电话传真:010—58807753
投稿网站:<http://www.shxtb.com>
E-mail:shxtb@bnu.edu.cn
排 版:《数学通报》编辑部
印 刷:河北天普润印刷厂
发 行:北京报刊发行局
订 购:全国各地邮局
代 号:2—501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

比较研究

- 多样化的加拿大高中数学课程 王林全(1)
中德代数教材习题特色比较及启示 卢 萍 邵光华(5)

数学教育

- PISA 关于数学素养的测评特点简析
..... 吴 蓉 宋金锦 黄 倩(10)

教学研究

- 基于“过程与方法”目标的单元起始课 渠东剑(15)
课堂教学中学生数学活动的引导 陶兆龙(19)
设计目标导向认知活动 整体有效达成教学目标
..... 吴增生(22)

数学人文

- 缅怀数学大师 品味数学文化——纪念传奇数学家
埃尔德什诞辰 100 周年 彭 刚(28)

教学园地

- 反比例函数中的平行线探究与感悟 吴家祥(31)
基于“数学经验再造”的教学实践与思考 马 敏(34)
如何用运动变化的观点认识初中几何课程中的几何变换
与三角形全等 赵生初 白成友 谭长平 卢秀敏(38)

解题教学

- 因势利导顺水推舟 课堂“意外”绽放异彩 曹 军(44)
一道正余弦定理应用例题的探究性设计 朱胜强(47)
对一道高考三角试题的研究 童益民(50)

解题研究

- 圆锥曲线一个性质的几何证法 竺宝林(53)

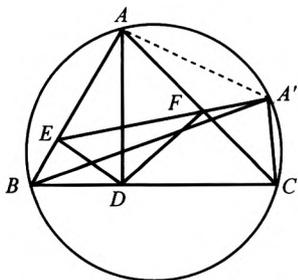
初数研究

- 与布洛卡点相关的一个几何最值问题 ... 管 涛 范兴亚(54)
四面体中与外心线相关的几个不等式 ... 段继艳 王卫东(57)

读刊随笔

- 两个问题的统一探究 秦庆雄 范花妹(59)
从“轨迹”角度探究“正多边形两个性质”的本质 ... 颜美玲(61)

- 数学问题解答 (63)



2194 已知 $a, b, c > 0$, 且 $abc = 1$, 求证:

$$a^3 + b^3 + c^3 + 3 \geq 2(a^2 + b^2 + c^2).$$

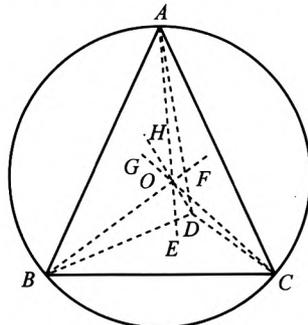
(广东省工业贸易职业技术学校 张宏 528237)

2195 如图, 已知四面体 $ABCD$ 内接于半径为 R 的球 O , 若球心 O 在四面体 $ABCD$ 内, 延长 AO ,

BO, CO, DO , 分别与对面 BCD, ACD, ABD, ABC 交于 E, F, G, H ; 证明:

$$\frac{1}{AE} + \frac{1}{BF} + \frac{1}{CG} + \frac{1}{DH} = \frac{3}{R}.$$

(江西省都昌县第一中学 刘南山 332600)



(上接第 62 页)

根据圆的复数表示形式即知性质 6 的 (1) - (3) 结论成立.

注 2 性质 3 中轨迹圆圆心横坐标的绝对值即为性质 6(1) 中轨迹圆的半径, 反之, 性质 6(1) 中轨迹圆圆心横坐标的绝对值是性质 3 中轨迹圆半径. 性质 6(2) 与性质 4, 性质 6(3) 与性质 5 中的轨迹圆有类似关系. 故性质 3-5 与性质 6 的关系可理解为相互对偶.

注 3 需要特别强调的是, 性质 3-5 中的“ B 和 C 点沿着圆周运动且保持 $\angle BAC$ 大小不变”这一条件使得 $\alpha(C$ 的辐角) 的范围仅为 $[-\pi + 2k\pi, \pi - 2\theta + 2k\pi]$ ($k \in \mathbf{Z}$), 故而性质 3-5 中的各轨迹仅为一段闭圆弧, 其两端点为 $\triangle ABC$ 两种退化情形下的重心或垂心或九点圆圆心; 而性质 6 中“ A 点沿着整个圆周运动”的条件使得 $\alpha(A$ 的辐角) 的范围为 $[2k\pi, 2\pi + 2k\pi]$ ($k \in \mathbf{Z}$), 故而性质 6 中的各轨迹为整个圆周, 其中各轨迹上有两个点是 $\triangle ABC$ 两种退化情形下的重心或垂心或九点圆圆心, 比如线段 BC 的两个三等分点就是 $\triangle ABC$ 两种退化情形下的重心. 两者的轨迹差异可通过几何画板得到形象直观的演示: 图 3, 4 分别是性质 3 中 $\angle BAC$ 为锐角及钝角时重心的轨迹图示; 图 5 是性质 6 中的重心的轨迹图示.

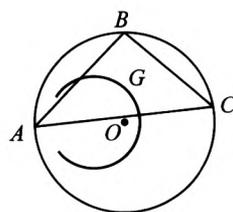


图 3

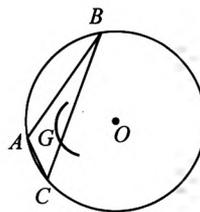


图 4

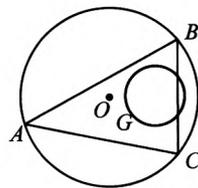


图 5

注 4 相比较于文 [1] 的解析法, 本文所用的复数法显得更加简洁; 而相比较于文 [2] 的向量法, 本文所用的复数法优点在于可以给出性质 1、2 的轨迹本质, 特别在性质 3-6 的证明中可以看到复数法的优势在于可以分析各种轨迹依赖于 $\angle BAC$ 的变化情况.

参考文献

- 徐峰. 正多边形的两个性质[J]. 数学通报, 2013, 1: 61-63
- 曾建国. 正多边形两个性质的简证及推广[J]. 数学通报, 2013, 9: 62-63