

数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等/中等教育类核心期刊

2016.3

中国数学会·北京师范大学 主办

数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)
刊名题字 郭沫若
2016年 第55卷 第3期
(3月30日出版)

主 编 保继光
副 主 编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会
主 办:中国数学会
北京师范大学
编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部
地址邮编:北京师范大学(100875)
电话传真:010-58807753
投稿网站:<http://www.shxtb.com>
E-mail:shxtb@bnu.edu.cn
排 版:《数学通报》编辑部
印 刷:河北天普润印刷厂
发 行:北京报刊发行局
订 购:全国各地邮局
代 号:2-501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

本刊专稿

可视的数学文化史(二) 代 钦(1)

数学教育

澳大利亚数学统一评估试题中的文化研究
..... 唐恒钧 张维忠(7)

史海钩沉

纪念数学家张德馨诞辰 110 周年 王淑红(12)

教学研究

原创实际应用题遭遇的种种尴尬 王克亮(15)
如何让数学思想落地生根 蒲大勇 史可富(19)

教学园地

为促进学生的理解而复习 崔志荣(22)
让数学探究成为学习数学的习惯 卓 斌(27)
从一道中考题说起 赵 轩 王尚志(30)

解题教学

从一道模考题看“双基”在解题过程中的作用 徐晓兵(34)
“微积分”视角下数列和不等式的证明 董培仁(37)

考试研究

植根于基础 着眼于能力 致力于发展
..... 毛锡荣 钱军先(42)
坐标一桥飞架 数形天堑变通途 王雅琪(46)
高考数学课标全国卷数列内容的考查研究 吴波兵(49)

学习园地

从机械圆锥曲线规到电子圆锥曲线规 ... 徐章韬 汪晓勤(54)

初数研究

四心垂足三角形面积的一条不等式链 刘才华(58)

读刊随笔

圆锥曲线对定点张直角弦问题再研究 ... 李世臣 陆楷章(60)

数学问题解答 (63)

$$+(GC+GA)(2-2)]=0.$$

故 $GA+GB+GC \leq GA_1+GB_1+GC_1$.

2290 若 $\triangle ABC$ 的面积为 Δ , 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 则

$$a^2 \cos^2 \frac{B-C}{2} + b^2 \cos^2 \frac{C-A}{2} + c^2 \cos^2 \frac{A-B}{2} \geq 4 \left(\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) \Delta \geq 4\sqrt{3}\Delta$$

(天津水运高级技工学校 黄兆麟 300456)

证明 设 h_a, w_a 分别为三角形 BC 边上的高线和角平分线, 那么由熟知的公式

$$\cos \frac{B-C}{2} = \frac{h_a}{w_a} \text{ 和 } w_a = \frac{2bc}{b+c} \cos \frac{A}{2},$$

可得

$$\begin{aligned} \frac{a^2 \cos^2 \frac{B-C}{2}}{\Delta} &= \frac{a^2 h_a^2}{\Delta w_a^2} = \frac{4\Delta}{w_a^2} \\ &= \frac{4(b+c)^2 \cdot \frac{1}{2} bcsinA}{\left(2bccos \frac{A}{2}\right)^2} \\ &= \frac{(b+c)^2 \tan \frac{A}{2}}{bc} \geq 4 \tan \frac{A}{2}, \end{aligned}$$

那么有

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta} \left(a^2 \cos^2 \frac{B-C}{2} + b^2 \cos^2 \frac{C-A}{2} + c^2 \cos^2 \frac{A-B}{2} \right) \\ \geq 4 \left(\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) \geq 4\sqrt{3}, \end{aligned}$$

整理得

$$\begin{aligned} a^2 \cos^2 \frac{B-C}{2} + b^2 \cos^2 \frac{C-A}{2} + c^2 \cos^2 \frac{A-B}{2} \\ \geq 4 \left(\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \right) \Delta \geq 4\sqrt{3}\Delta, \end{aligned}$$

以上过程用到了熟知的公式

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} \geq \sqrt{3}.$$

2016年3月号问题 (来稿请注明出处——编者)

2291 设 n 为正整数, 求证:

$$\frac{1 \cdot (C_n^1)^2}{1} + \frac{2 \cdot (C_n^2)^2}{3} + \frac{3 \cdot (C_n^3)^2}{7} + \dots + \frac{n \cdot (C_n^n)^2}{n^2 - n + 1} \geq \frac{3n \cdot 2^{2n}}{(n+1)(3n^2 - n + 4)}$$

(甘肃省秦安县第二中学 罗文军 741600)

2292 2295 对任意 $a > 0, b > 0$, 求证: $a^a + b^b \geq a^b + b^a$.

(湖北省谷城县第三中学 贺斌 付相兵 441700)

2293 若 $a, b, c > 0, a^x + b^x + c^x = 3$, 则

$$a^c + b^c + c^c \leq 3.$$

(浙江省宁波市甬江职高 邵剑波 315016)

2294 证明: 如果以直角梯形的斜腰为直径的圆与直腰相交于两点, 那么以此两点为焦点直腰为长轴的椭圆与斜腰相切.

(河南省辉县市一中 贺基军 453600)

2295 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a + c = 3b$, $\triangle ABC$ 的内心为 I , 内切圆在 AB, BC 边上的切点分别为 D, E , 设 K 是 D 关于点 I 的对称点, L 是 E 关于点 I 的对称点, 求证: A, C, K, L 四点共圆.

(四川省资阳市外国语实验学校 蔡勇全 641300)

(上接第 62 页)

琐, 能否在更高观点下(如射影几何)进一步简化证明, 期待读者探讨交流.

参考文献

- 徐存旭. 大胆猜想小心求证逐步推广[J]. 数学通报, 2012, 5: 40-43
- 施开明. 对一类定点(值)问题结论的修正和补充[J]. 数学通

报, 2013, 8: 54-56

- 张忠旺. 圆锥曲线对定点张直角弦的包络问题研究[J]. 数学通报, 2013, 8: 57-59
- 高文启. 再谈圆锥曲线对定点张直角的弦问题[J]. 数学通报, 2014, 11: 60-63
- 张乃贵. 圆锥曲线上四点共圆充要条件的研究[J]. 数学教学, 2012, 7: 8-10

刊号: ISSN 0583-1458
CN11-2254/O1

全国各地邮局订购

代号: 2-501

全年定价: 72.00 元

每期定价: 6.00 元