

数学通报

Shuxue Tongbao

全国初等 / 中等教育类核心期刊

2016.7

中国数学会·北京师范大学 主办

数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)

刊名题字 郭沫若

2016年 第55卷 第7期

(7月30日出版)

主 编 保继光
副主编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 魏 炜 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会

主 办:中国数学会

北京师范大学

编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部

地址邮编:北京师范大学(100875)

电话传真:010—58807753

投稿网站:<http://www.shxtb.com>

E-mail:shxtb@bnu.edu.cn

排 版:《数学通报》编辑部

印 刷:河北天普润印刷厂

发 行:北京报刊发行局

订 购:全国各地邮局

代 号:2—501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

教学研究

另眼看难点 李 玮(1)

为什么这三个命题是公理 董 涛(4)

数学实验 需要找准自己的位置 陈海烽 石树伟(7)

数学教育

HPM研究中的历史发生法 徐伯华 朱凤琴(11)

史海钩沉

弧度制发展的历史溯源 江灼豪 何小亚(14)

教学园地

体验过程 收获真知 卫德彬(18)

“少教多学”背景下的教学设计 张士民(21)

以猜想发现为先导的课堂教学设计探究 昌 明(25)

HPM视角下的等比数列前 n 项和公式教学.....

..... 吴现荣 宋 军(28)

解题教学

解题能力 在反思中提升 赵士元(32)

一个解几高考题与阿波罗尼斯圆 许盛文 张建国(35)

从考题中看动态立体几何中的圆锥情结 李建标(40)

考试研究

2016年北京市中考数学试题解析 王亮亮 范永春(43)

命题探索

命制一道初中数学试题的艰难取舍 庄志红(49)

初数研究

线段投影法应用 杨学枝(53)

任意四边形的若干性质 贺基军(58)

读刊随笔

阅读思考 探究提高 贺 斌 付相兵(61)

数学问题解答 (64)

$$\begin{aligned}
A_{k+1} &= \sum_{i=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} (-1)^i \sigma_{k+1}^{2i} \\
&= \sum_{i=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} (-1)^i \sigma_k^{2i} + \sum_{i=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} (-1)^i x_{k+1} \sigma_k^{2i-1} \\
&= \sum_{i=0}^{\left[\frac{k}{2}\right]} (-1)^i \sigma_k^{2i} + (-1)^i \cdot x_{k+1} \cdot \\
&\quad \sum_{i=0}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} (-1)^{i-1} \sigma_k^{2i-1} \\
&= A_k - x_{k+1} \sum_{i=1}^{\left[\frac{k+1}{2}\right]} (-1)^{i-1} \sigma_k^{2i-1} \\
&= A_k - x_{k+1} \sum_{i=0}^{\left[\frac{k-1}{2}\right]} (-1)^i \sigma_k^{2i+1}
\end{aligned}$$

$$\text{即 } A_{k+1} = A_k - x_{k+1} B_k$$

$$\text{类似有 } B_{k+1} = B_k + x_{k+1} A_k.$$

现在我们就可以使用数学归纳法了.

当 $n=2$ 时,

$$\begin{aligned}
(*) \text{式左侧} &= A_2^2 + B_2^2 \\
&= (1-x_1x_2)^2 + (x_1+x_2)^2 \\
&= 1+x_1^2+x_2^2+x_1^2x_2^2 = (1+x_1^2)(1+x_2^2).
\end{aligned}$$

即当 $n=2$ 时结论成立.

假设当 $n=k$ 时 $(*)$ 式也成立,

$$\text{即 } A_k^2 + B_k^2 = \prod_{i=1}^k (1+x_i^2).$$

当 $n=k+1$ 时, 将①、②代入, 则

$$\begin{aligned}
(*) \text{式左侧} &= A_{k+1}^2 + B_{k+1}^2 \\
&= (A_k - x_{k+1} B_k)^2 + (B_k + x_{k+1} A_k)^2 \\
&= A_k^2 + x_{k+1}^2 B_k^2 + B_k^2 + x_{k+1}^2 A_k^2 \\
&= (A_k^2 + B_k^2)(1+x_{k+1}^2).
\end{aligned}$$

将③式代入即知:

$$(*) \text{式左侧} = \prod_{i=1}^{k+1} (1+x_i^2) = \text{右侧}.$$

这表明, 当 $n=k+1$ 时 $(*)$ 式仍成立.

因此, $(*)$ 对 $n \in \mathbb{N}$ 且 $n \geq 2$ 都成立. 证毕.

2016年7月号问题

(来稿请注明出处——编者)

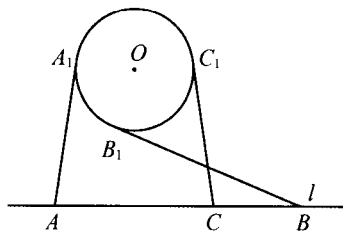
$$2311 \quad (1) \text{求证: } \pi = 20 \arctan \frac{1}{7} + 8 \arctan \frac{3}{79};$$

$$(2) \text{已知 } \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots,$$

利用此公式的前6项及上述公式求 π 的近似值.

(湖北省谷城县第三中学 贺 斌 441700)

2312 已知如图, 直线 l 与圆 O 外离, 点 A, C, B 依次在直线 l 上, 过点 A, C, B 分别作圆 O 的切线 AA_1, CC_1, BB_1 , 切点为 A_1, C_1, B_1 . 若 $AB=9$, $AA_1=5, CC_1=5, BB_1=7$. 试求 $\frac{AC}{CB}$ 的值.



(北京市陈经纶中学 张留杰 100020)

2313 设 $\triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c , 旁切圆半径为 r_a, r_b, r_c , $\triangle ABC$ 的面积为 Δ , 求证:

$$\frac{1}{r_a^2 r_b^2} + \frac{1}{r_b^2 r_c^2} + \frac{1}{r_c^2 r_a^2} \geq \frac{1}{\Delta^2} \geq \frac{16}{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}$$

(河南质量工程职业学院 李永利 467000)

2314 在锐角 $\triangle ABC$ 中, AD, BE, CF 是各边上的高, P, Q 分别在线段 DF, EF 上, 且 $\angle PAQ$ 与 $\angle DAC$ 同向相等, 延长 AQ 交 CF 于 M , 延长 MP 交 AB 于 N , 设 AP 交 CF 于 O , 求证:

(1) N, O, Q 三点共线;

(2) MP 平分 $\angle DPQ$.

(濮阳职业技术学院 纪保存 457000)

2315 已知 $a, b, c > 0$, 求证:

$$\begin{aligned}
&\frac{a^2+bc}{b+c} + \frac{b^2+ca}{c+a} + \frac{c^2+ab}{a+b} \\
&\geq \sqrt{3(a^2+b^2+c^2)}.
\end{aligned}$$

(陕西省咸阳师范学院基础教育课程研究中心 安振平 712000)