

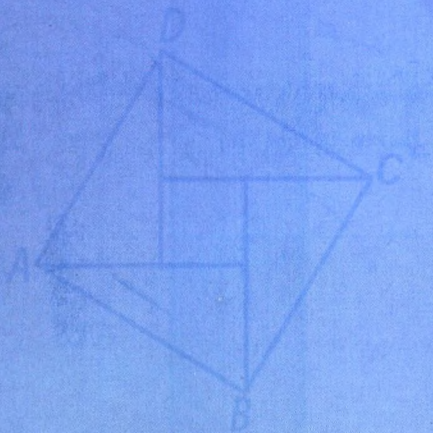


2018.10

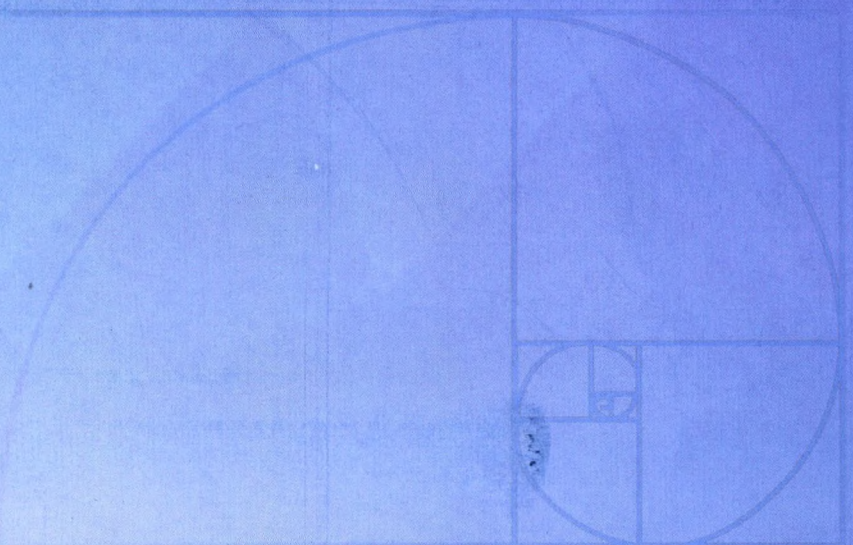
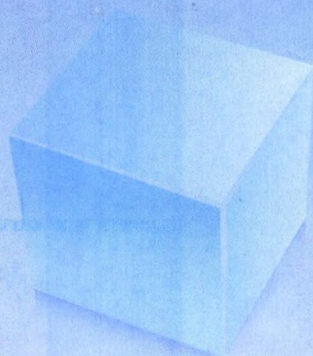
Journal of Mathematics (China)

# 数学通报

全国初等 / 中等教育类核心期刊



$$e^{\pi i} + 1 = 0$$



中国数学会 · 北京师范大学 主办

# 数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)  
刊名题字 郭沫若  
2018年 第57卷 第10期  
(10月30日出版)

主 编 保继光  
副 主 编 胡永建 柳 彬  
编 委 (按汉语拼音为序)  
保继光 代 钦 董 昭  
冯荣权 葛 军 郭要红  
何书元 胡永建 郇中丹  
黄 红 蒋 迅 金宝铮  
李建华 李善良 柳 彬  
任子朝 孙晓天 汤 涛  
王幼宁 杨世明 章建跃  
张思明 张秀平 朱维宗  
编 辑  
郑亚利 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会  
主 办:中国数学会  
北京师范大学  
编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部  
通信地址:北京师范大学数学通报编辑部  
邮 编:100875  
电 话:010—58807753  
投稿邮箱:shxtb@bnu.edu.cn  
排 版:《数学通报》编辑部  
印 刷:河北天普润印刷厂  
发 行:北京报刊发行局  
订 购:全国各地邮局  
代 号:2—501

本期责任编辑 郑亚利

## 目 次

### 纪念专文

20世纪对北京师范大学数学系贡献最大的人物  
——纪念傅种孙教授诞辰120周年 ..... 李仲来(1)

### 国外数学

俄罗斯再版基谢廖夫几何教科书给我们的启示 .....  
..... 倪 明 任念兵(4)

### 比较研究

数学应用与建模的中德比较 ..... 钱月凤(9)

### 教学研究

数学定理发现学习的类型分析 .....  
..... 王富英 吴立宝 黄祥勇(14)  
数学实验是形成学科核心素养的有效途径 .....  
..... 王晓峰 蒋妍兮(18)

### 教学园地

递推:数列的灵魂 ..... 李昌官(22)  
从阿波罗尼斯到柯西:“圆锥曲线”研究方法的变迁 .....  
..... 王海青 李晓波(26)  
对一道试题的命制预设与测试反馈差异的思考 .....  
..... 杨元韡 耿晓华(32)  
转换问题视角 有效培育“四能” ..... 吴 铨(35)

### 学习园地

维拉尼演讲中的高尔顿板和网页排序 .....  
..... 罗艺灵 刘晓曼 保继光(39)

### 考试研究

高考中三角函数内容考查研究 .....  
..... 陈 昂 任子朝 赵 轩(44)  
中考数学(北京卷)评价改革再述 ..... 王亮亮(48)

### 解题教学

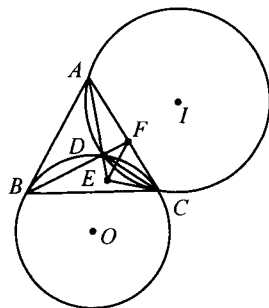
椭圆中一类定点定向问题的充分必要条件 ..... 王丙凤(53)  
一道高考模拟数列试题的解法探究及拓展 ..... 陈 彬(57)

### 读刊随笔

数学通报中若干三角问题的推广、改进或优化 ..... 黄兆麟(59)  
两个几何不等式的加强 ..... 赵忠华 杜世华(63)

数学问题解答 ..... (64)

**2445** 如图,  $\triangle ABC$  为等边三角形,  $\odot I$  过  $A$ 、 $C$  两点,  $\odot O$  与  $AB$ 、 $AC$  相切点  $B$ 、 $C$ , 两圆交  $D$  点, 延长  $BD$  交  $AC$  于  $F$ , 过  $\odot I$  点  $C$  作切线交  $AD$  延长线于  $E$ ,



求证:  $AB \parallel EF$ .

(江西师范高等专科学校 王建荣 335000)

**证明** 延长  $CD$  交

$AB$  于  $K$ , 连  $KF$ , 如图,

显然  $A$ 、 $K$ 、 $D$ 、 $F$  四点共圆  $\Rightarrow KF \parallel CE$ ,

设  $\angle DAC = \alpha$ ,

$\angle DBC = \beta$ ,

则  $\angle EDC = \alpha + \beta$ ,

由面积比

$$\frac{ED \cdot \sin(\alpha + \beta)}{DF \cdot \sin 60^\circ} = \frac{EC \cdot \sin \alpha}{FC \cdot \sin \beta} \text{ 及正弦定理}$$

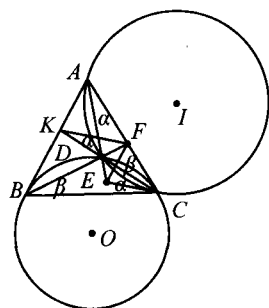
$$\frac{KF}{\sin 60^\circ} = \frac{AK}{\sin(\alpha + \beta)}, \frac{KF}{\sin \beta} = \frac{FC}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{ED}{DF} \cdot \frac{AK}{KF} = \frac{EC}{FC} \cdot \frac{FC}{KF} = \frac{EC}{KF},$$

$$\text{由 } AK = FC \Rightarrow \frac{ED}{DF} = \frac{EC}{FC},$$

$$\text{由相交弦定理 } \frac{CE^2}{CF^2} = \frac{ED \cdot EA}{FD \cdot FB} \Rightarrow \frac{ED}{FD} = \frac{EA}{FB} \Rightarrow$$

$$\frac{ED}{FD} = \frac{EA - ED}{FB - FD} = \frac{AD}{BD} \Rightarrow AB \parallel EF.$$



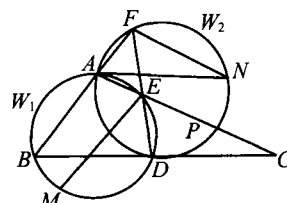
## 2018 年 10 月问题

(来稿请注明出处——编者)

**2446** 已知实数  $a$  满足: 有且仅有一个正方形, 其四个顶点均在曲线  $y = x^3 + ax$  上, 试求该正方形的边长.

(湖北省谷城县第三中学 贺 斌 441700)

**2447** 如图, 已知  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上的中点  $D$ , 过  $D$  的直线交  $AC$  和  $BA$  的延长线分别于  $E$ 、 $F$ , 且  $AB = EC - AE$ . 过  $A$ 、 $D$ 、 $E$  三点的  $\odot W_1$  和过  $A$ 、 $D$ 、 $F$  三点的  $\odot W_2$ , 有  $EM \parallel BF$ 、 $FN \parallel AC$ ,  $EM$ 、 $FN$  分别交  $\odot W_1$  和  $\odot W_2$  于  $M$ 、 $N$ . 求证: 点  $D$  是过  $A$ 、 $M$ 、 $N$  三点圆的圆心.



(江西省高安市石脑二中 王典辉 330818)

**2448** 已知  $a, b, c, d \geq 0$  满足  $a + b + c + d = 2$ . 求证:

$$\frac{a}{b^3 + b^2 + b + 3} + \frac{b}{c^3 + c^2 + c + 3} + \frac{c}{d^3 + d^2 + d + 3} + \frac{d}{a^3 + a^2 + a + 3} \geq \frac{1}{2}$$

(兰州大学数学与统计学院 冯建波

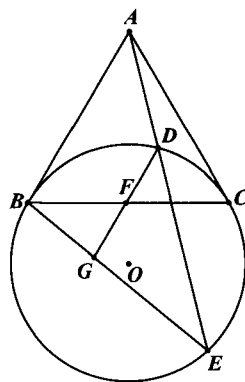
730000)

**2449** 设  $a, b, p, q > 0$ , 且  $a + b = p + q = 1$ , 求证:

$$\left(\frac{1}{a^p} - a^q\right) \left(\frac{1}{b^p} - b^q\right) \leq \left(2^p - \frac{1}{2^q}\right)^2 \quad (1)$$

(河南质量工程职业学院 李永利 467000)

**2450** 如图,  $AB$ 、 $AC$  分别切  $\odot O$  于  $B$ 、 $C$ , 过  $A$  作割线交  $\odot O$  于  $D$ 、 $E$ , 过  $D$  作  $AB$  的平行线分别交  $BC$ 、 $BE$  于  $F$ 、 $G$ , 求证:  $F$  是  $DG$  的中点.



ISSN 0583-1458



刊号: ISSN 0583-1458  
CN11-2254/OI

全国各地邮局订购  
代号: 2-501

全年定价: 120.00 元  
每期定价: 10.00 元