



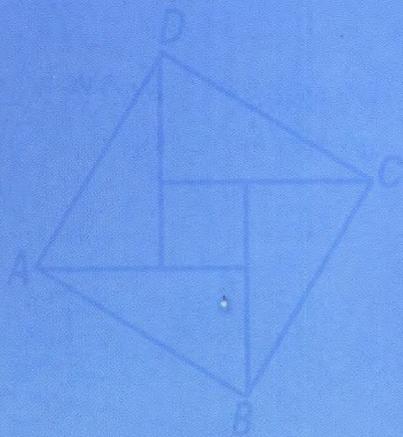
QK1923816

2019.5

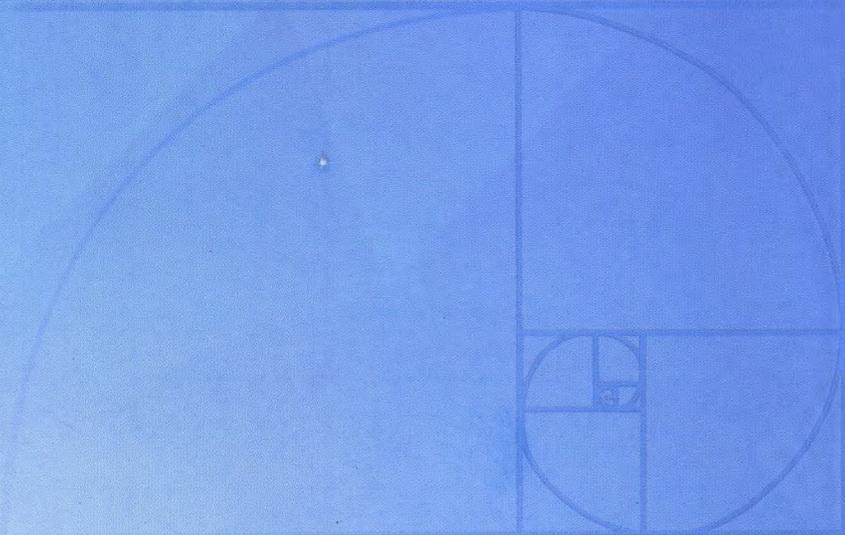
Journal of Mathematics (China)

数学通报

全国初等 / 中等教育类核心期刊



$$e^{\pi i} + 1 = 0$$



中国数学会 · 北京师范大学 主办

(1936年8月创刊)

刊名题字 郭沫若

2019年 第58卷 第5期

(5月30日出版)

主 编 保继光
副 主 编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 赵籍丰

主 管：中国科学技术协会

主 办：中国数学会
北京师范大学

编辑出版：《数学通报》编委会、编辑部

通信地址：北京师范大学数学通报编辑部

邮 编：100875

电 话：010—58807753

投稿邮箱：shxtb@bnu.edu.cn

排 版：《数学通报》编辑部

印 刷：河北天普润印刷厂

发 行：北京报刊发行局

订 购：全国各地邮局

代 号：2—501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

数学广角

点几何的解题应用：复数恒等式篇 …… 彭俞成 张景中(1)

史海钩沉

《九章算术》勾股章及其刘徽注中的变式思想

…………… 齐春燕 汪晓勤(5)

数学人文

侗族风雨桥建筑艺术中的数学文化 …… 吴秀吉 罗永超(10)

数学教育

从数学核心素养培育看教师专业能力提升 …… 程 华(14)

教材研究

以函数为例谈数学知识与数学素养的有机融合 …… 王 嵘(18)

教学研究

基于变式教学的数学教学设计 …… 钟志华 李 渺(23)

数学核心素养的培养策略 …… 赵思林(28)

高层次数学思维的培养路径 …… 许礼光 沈 琼(33)

去伪存真激发学生思考 让学引思培养核心素养

…………… 陈 艳(37)

教学园地

核心素养视域下的“椭圆及其标准方程”的教学改进

…………… 罗德建 伍春兰(40)

借助数学实验工具发展学生空间观念 …… 李 清 王晓峰(45)

在直观操作中发展学生的数学抽象素养 …… 丁银杰(50)

学习园地

由圆围成两个圆锥体积和的最大值的讨论

…………… 赵 虹 王丽新(54)

学生习作

一类递推数列的通项公式及其应用 …… 王福水(56)

初数研究

Guggenheimer 不等式的高次加权推广

…………… 费红亮 曾善鹏 杨学枝(58)

几个三角形不等式的再推广 …… 李永利(60)

数学问题解答 …… (63)

斜率总为 $-\frac{1}{2}$, 求椭圆的率心率 e .

(河南省方城县教研室 邵明宪 473200)

2485 在 $\triangle ABC$ 中, 设 $a, b, c, h_a, h_b, h_c, R$ 分别为三边长、三个高线长及外接圆半径, 指数 p 为正数, 求证

$$\frac{1}{h_a^{p+1}} + \frac{1}{h_b^{p+1}} + \frac{1}{h_c^{p+1}} \geq \frac{2}{3R} \left(\frac{1}{h_a^p} + \frac{1}{h_b^p} + \frac{1}{h_c^p} \right) \dots \dots (1)$$

(天津水运高级技工学校 黄兆麟 300456)

(上接第 62 页)

记(11)式中的第一个不等式左右两端之差为 M_1 , 并注意到不等式

$$\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C \geq \frac{3}{4},$$

则

$$\begin{aligned} M_1 &= f(a) \left(\cos^2 A - \frac{1}{4} \right) + f(b) \left(\cos^2 B - \frac{1}{4} \right) + \\ &\quad f(c) \left(\cos^2 C - \frac{1}{4} \right) \\ &\geq f(b) \left(\cos^2 A - \frac{1}{4} \right) + f(b) \left(\cos^2 B - \frac{1}{4} \right) + \\ &\quad f(b) \left(\cos^2 C - \frac{1}{4} \right) \\ &= f(b) \left(\cos^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C - \frac{3}{4} \right) \geq 0, \end{aligned}$$

故此时(11)式中的第一个不等式成立.

情形 2 当 $120^\circ < A < 180^\circ$ 时, 此时有

$$\cos^2 A - \frac{1}{4} > 0, \cos^2 B - \frac{1}{4} > 0, \cos^2 C - \frac{1}{4} > 0.$$

则此时显然有

$$\begin{aligned} M_1 &= f(a) \left(\cos^2 A - \frac{1}{4} \right) + f(b) \left(\cos^2 B - \frac{1}{4} \right) + \\ &\quad f(c) \left(\cos^2 C - \frac{1}{4} \right) \geq 0. \end{aligned}$$

即此时(11)式中第一个不等式也成立.

由以上两种情形的证明可知(11)式中的第一个不等式成立.

下面再证(11)式中的第二个不等式.

利用正弦、余弦的平方关系, 将不等式(11)中

的第一个不等式中的余弦函数化为正弦函数, 得 $f(a)(1 - \sin^2 A) + f(b)(1 - \sin^2 B) + f(c)(1 - \sin^2 C) \geq \frac{1}{4}[f(a) + f(b) + f(c)]$,

移项整理, 即得(11)式中的第二个不等式.

由以上证明可知不等式链(11)成立.

3 注记

注 1 定理 $1', 2', 3', 4'$ 分别是定理 1, 2, 3, 4 的推广. 易见, 定理 1 是定理 $1'$ 当 $f(x) = x^k$ (其中 $k \geq 1$) 的特例, 定理 2 是定理 $2'$ 当 $f(x) = x^k$ (其中 $k > 0$) 的特例, 定理 3 是定理 $3'$ 当 $f(x) = \frac{1}{x^k}$ (其中 $k \geq 1$) 的特例, 定理 4 是定理 $4'$ 当 $f(x) = \frac{1}{x^k}$ (其中 $k > 0$) 的特例.

注 2 (8)式中第二个不等式中的条件“函数 $\frac{f(x)}{x}$ 为 $(0, +\infty)$ 内的非负单增函数”, 可放宽为“ $f(x)$ 为 $(0, +\infty)$ 内的非负单增函数”. (10)式中第二个不等式中的条件“函数 $xf(x)$ 为 $(0, +\infty)$ 内的单减函数”, 可放宽为“ $f(x)$ 为 $(0, +\infty)$ 内的非负单减函数”.

参考文献

- [1] 贺斌, 孟凡海, 闵华. 一个三角形不等式的证明与类比[J]. 数学通报, 2017, 56(3): 58-59
[2] 黄兆麟. 三个三角形不等式的指数推广链及其类似[J]. 数学通报, 2018, 57(3): 53-66

ISSN 0583-1458



刊号: ISSN 0583-1458
CN11-2254/O1

全国各地邮局订购
代号: 2-501

全年定价: 120.00 元
每期定价: 10.00 元