

2022.4

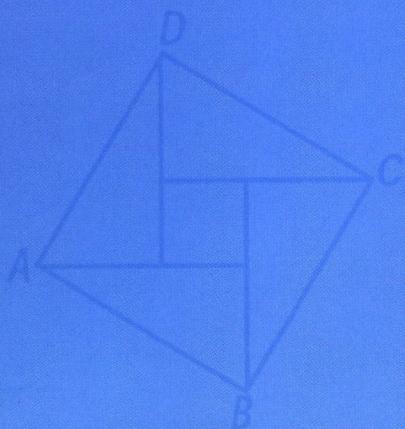
Journal of Mathematics (China)

数学通报

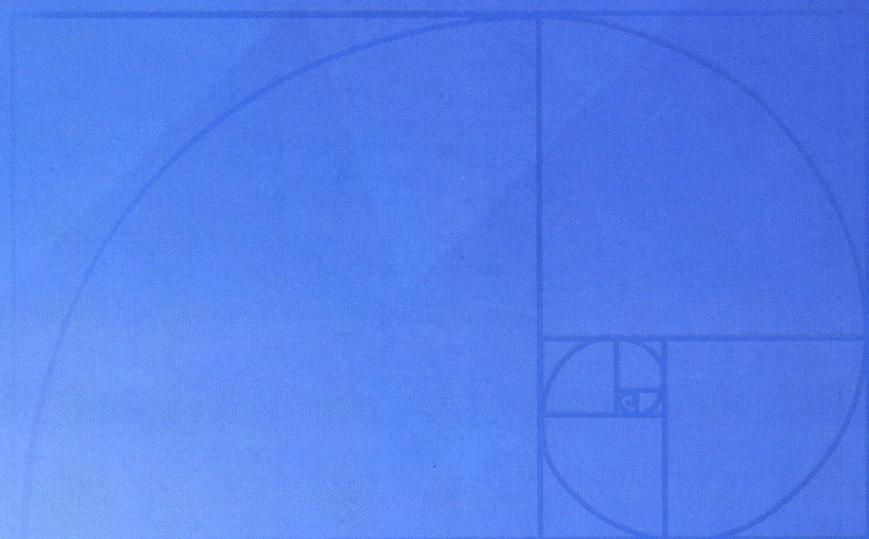
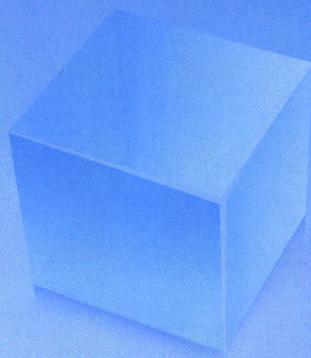
全国初等 / 中等教育类核心期刊



QK2225720



$$e^{\pi i} + 1 = 0$$



中国数学会 · 北京师范大学 主办

数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)
刊名题字 郭沫若
2022年 第61卷 第4期
(4月30日出版)

主 编 保继光
副 主 编 胡永建 柳 彬
编 委 (按汉语拼音为序)
保继光 代 钦 董 昭
冯荣权 葛 军 郭要红
何书元 胡永建 郇中丹
黄 红 蒋 迅 金宝铮
李建华 李善良 柳 彬
任子朝 孙晓天 汤 涛
王幼宁 杨世明 章建跃
张思明 张秀平 朱维宗
编 辑
郑亚利 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会
主 办:中国数学会
北京师范大学

编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部
通信地址:北京师范大学数学通报编辑部
邮 编:100875
电 话:010 58807753
投稿邮箱:shxtb@bnu.edu.cn
排 版:《数学通报》编辑部
印 刷:河北天普润印刷厂
发 行:北京报刊发行局
订 购:全国各地邮局
代 号:2-501

本期责任编辑 郑亚利

目 次

纪念专文

从根号2是无理数引出的一个数论研究与普及故事
——元老逝世一周年纪念 林开亮(1)

本刊专稿

核心素养指向的数学教学内容组织 喻 平(5)

教材研究

中学数学教科书章引言设置的基本原则
..... 李 健 李海东(11)

教学研究

数学核心素养导向的教学设计需要关注的要点
..... 程 华 郝媛媛(15)

教学应尽可能从学生视角出发 郑振兴(19)

用“运算单元”优化混合运算发展学生的运算素养
..... 王红权(22)

评价与考试

高考数学“四翼”考查要求的实现途径探析
..... 刘胡良 宋宝和(26)

教学园地

基于TPACK理论的“函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ ”的教学与思考
..... 张长贵(31)

高中数学单元教学设计的探索 黄晓琳(37)

解题教学

分层设问启思维 拓展探究培素养 周赛龙 储炳南(42)

解题研究

数学文化视角下的数学命题及反思 王绍锋 张 浩(46)

高中数学试题命制的视角分析 黄 健(53)

建模与应用

采购当中的数学问题 黄永福(58)

数学问题解答 (64)

(当且仅当 $\tan A = \tan B$ 时取等号)

$$\text{即 } \tan A \tan B - 2\sqrt{\tan A \tan B} - 1$$

$$= (\sqrt{\tan A \tan B} - 1)^2 - 2 \geq 0,$$

$$\text{得 } \tan A \tan B \geq (\sqrt{2} + 1)^2 = 3 + 2\sqrt{2}. \textcircled{2}$$

(当且仅当 $\tan A = \tan B = \sqrt{2} + 1$ 时取等号)

因为 $\tan^2 A + \tan^2 B + p \tan A \tan B + 1 \geq 0$, 即

$$(\tan A + \tan B)^2 + p \tan A \tan B - 2 \tan A \tan B + 1$$

≥ 0 . 将①代入上述不等式, 得

$$(\tan A \tan B - 1)^2 + p \tan A \tan B - 2 \tan A \tan B + 1$$

≥ 0 .

$$\text{所以 } (p - 2) \tan A \tan B \geq -1 - (\tan A \tan B - 1)^2,$$

$$\text{即 } p \geq -\left(\tan A \tan B + \frac{2}{\tan A \tan B}\right) + 4.$$

又由②和函数 $y = x + \frac{2}{x}$ 在 $[\sqrt{2}, +\infty)$ 上单调递

增, 有 $\tan A \tan B + \frac{2}{\tan A \tan B}$

$$\geq (3 + 2\sqrt{2}) + \frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} = 9 - 2\sqrt{2},$$

$$\text{即 } -\left(\tan A \tan B + \frac{2}{\tan A \tan B}\right) \leq -9 + 2\sqrt{2},$$

所以 $p \geq -5 + 2\sqrt{2}$.

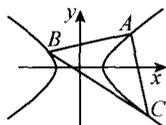
所以 p 的取值范围为 $[-5 + 2\sqrt{2}, +\infty)$.

2022年4月号问题

(来稿请注明出处——编者)

2656 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三个顶点均在双曲线 $x^2 - y^2 = a^2$ ($a > 0$) 上, 且 $AB = AC$, 则 $S_{\triangle ABC} \geq$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2.$$



(浙江省慈溪实验中学 华漫天 315300)

2657 已知如图1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D_1, D_2 在 AC 上, 且 $\angle ABD_1 = \angle CBD_2$, $CE_1 \perp BD_1$ 于点 E_1 , $CE_2 \perp BD_2$ 于点 E_2 . 求证:

$$\frac{AC^2}{AB^2} \geq \frac{4CE_1 \cdot CE_2}{BD_1 \cdot BD_2}.$$

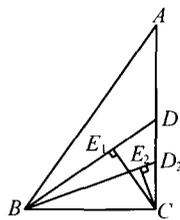


图1

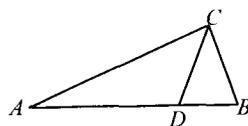
(北京市第八十中学 徐红 100102)

2658 已知 $a, b, c > 0$, 求证:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{\sqrt{3}(a+b+c)}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \geq 9.$$

(安徽省无为中学 朱小扣 238300)

2659 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, CD 平分 $\angle ACB$, 交 AB 于 D , 且 $(CD \cdot AB)^2 = 2CA \cdot AD \cdot DB \cdot BC$. 求证: $\angle ACB = 90^\circ$.



(江苏省溧阳市光华高级中学 钱德全 213300; 江苏省溧阳市永平小学 张晓蔚 213333)

2660 设 $\triangle ABC$ 的旁切圆、外接圆、内切圆半径分别为 r_a, r_b, r_c, R, r , 角平分线长为 $w_a, w_b,$

$$w_c, \text{ 求证: } \frac{r_a r_b r_c}{w_a w_b w_c} \leq \frac{1}{2} + \frac{R}{4r}.$$

(安徽省南陵县城东实验学校 邹守文 241300)

ISSN 0583-1458



刊号: ISSN 0583-1458
CN11-2254/O1

全国各地邮局订购
代号: 2-501

全年定价: 120.00 元
每期定价: 10.00 元