

2022.5

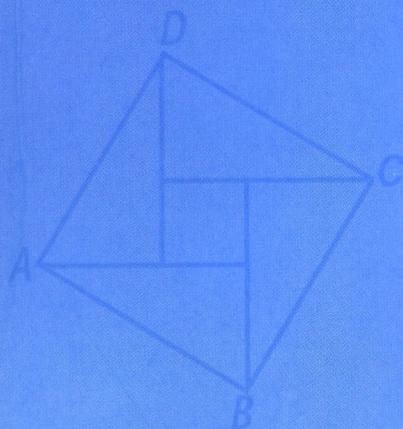
Journal of Mathematics (China)

# 数学通报

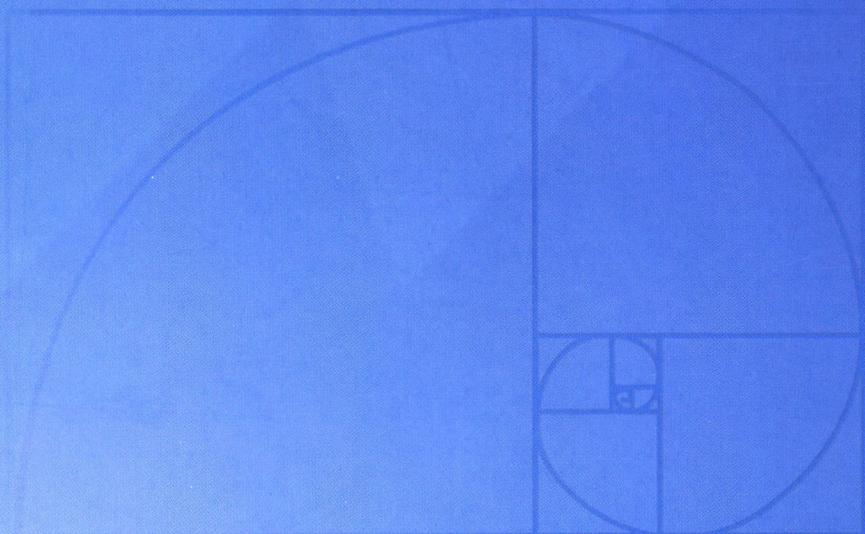
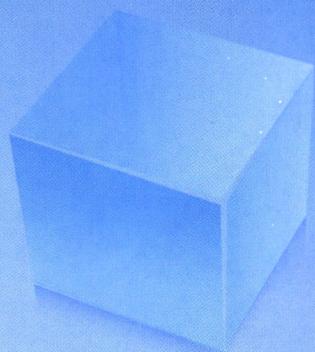
全国初等 / 中等教育类核心期刊



QK2225718



$$e^{\pi i} + 1 = 0$$



中国数学会 · 北京师范大学 主办

# 数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)

刊名题字 郭沫若

2022年 第61卷 第5期

(5月30日出版)

主 编 保继光  
副 主 编 胡永建 柳 彬  
编 委 (按汉语拼音为序)  
保继光 代 钦 董 昭  
冯荣权 葛 军 郭要红  
何书元 胡永建 郇中丹  
黄 红 蒋 迅 金宝铮  
李建华 李善良 柳 彬  
任子朝 孙晓天 汤 涛  
王幼宁 杨世明 章建跃  
张思明 张秀平 朱维宗  
编 辑  
郑亚利 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会

主 办:中国数学会

北京师范大学

编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部

通信地址:北京师范大学数学通报编辑部

邮 编:100875

电 话:010—58807753

投稿邮箱:shxtb@bnu.edu.cn

排 版:《数学通报》编辑部

印 刷:保定市海天印务有限公司

发 行:北京报刊发行局

订 购:全国各地邮局

代 号:2 501

本期责任编辑 郑亚利

## 目 次

### 本刊专稿

核心素养指向的数学作业设计 ..... 喻 平(1)

### 教学研究

寻思考路径 促思维进阶 ..... 宋秀云(8)

20世纪美英几何教科书的几何教育价值观

..... 沈中宇 汪晓勤 邹佳晨(13)

从学生的“问题”出发审视空间向量内容的教学和育人价值

..... 孙元勋 李红庆(20)

聚焦思维张力 构建思维课堂 ..... 张金良(23)

### 教学园地

论数学实验在解题中的应用及能力培养

..... 郝进宏 唐绍友(30)

回归基础 找准新高考复习的着力点

..... 方厚石 钱 宁 董入兴(34)

制作实验教具 促进数学教学 ..... 崔 群 翟洪亮(40)

### 解题教学

数学解题需要套路吗 ..... 彭达浩 李 祎(43)

### 评价与考试

基于 SOLO 分类理论的高考函数与导数模块研究

..... 于 涛 薛新建(46)

高考数学能力考查的回顾与研究 ..... 魏显峰 殷木森(52)

### 解题研究

2021年北京高考数学第21题的推广和变式

..... 纪文开 李启超(57)

### 读刊随笔

一个不等式的探究与推广 ..... 李海军(60)

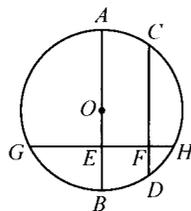
数学问题解答 ..... (63)

**2664** 在四面体  $ABCD$  中, 顶点  $A, B, C, D$  所对面的面积分别为  $S_A, S_B, S_C, S_D$ , 以  $AB, CD$  为棱的二面角分别为  $\langle AB \rangle, \langle CD \rangle$ . 求证:

$$\begin{aligned} & S_A^2 + S_B^2 - 2S_A S_B \cos \langle CD \rangle \\ &= S_C^2 + S_D^2 - 2S_C S_D \cos \langle AB \rangle. \end{aligned}$$

(南京师范大学附属扬子中学 郝结红 210048)

**2665** 如图, 已知圆  $O$  的直径  $AB$ 、弦  $CD$  均垂直弦  $GH$  于点  $E, F$ , 且  $CF \geq DF$ . 求证:  $\frac{AE}{BE} \leq \frac{CF}{DF}$ .



(北京中学 史嘉 100028)

(上接第 42 页)

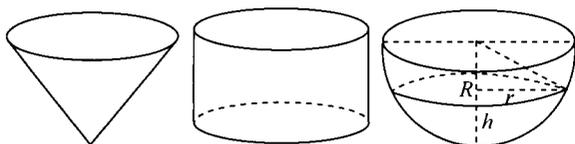


图 7

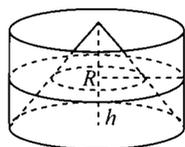


图 8

**实验 1** 将圆锥中注满水, 倒入圆柱, 发现连续三次正好将圆柱注满, 从而也验证等底等高的圆锥的体积是圆柱体积的  $\frac{1}{3}$ , 所以  $V_{\text{锥}} = \frac{1}{3}\pi R^3$ .

**实验 2** 将圆锥中注满水, 倒入半球罩内, 发现连续两次正好将半球容器注满, 从而引导学生猜想半球的体积为  $V_{\text{半球}} = \frac{2}{3}\pi R^3$ , 从而猜想球的体积公式为  $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

由上述实验可知, 半球的体积恰为圆柱的体积与圆锥的体积之差, 从而引导学生根据祖暅原理设计推导球的体积公式的数学模型. 根据半球的放置方式, 若用平行于半球底面的平面去截半

球, 则上端是半径为  $R$  的圆面, 下端是半球的顶点, 从而让学生自然想到将圆锥放入圆柱内, 如图 8 所示, 用胶水将圆锥的底与圆柱的底面粘得密闭后, 当向半球和该模型内注入水, 若两者的水深都为  $h$  时, 则半球的水面面积为  $S = \pi[R^2 - (R-h)^2]$ , 模型内圆环的面积也为  $S = \pi[R^2 - (R-h)^2]$ , 根据祖暅原理可知  $V_{\text{半球}} = \pi R^3 - \frac{1}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi R^3$ , 所以  $V_{\text{球}} = \frac{4}{3}\pi R^3$ . 再根据极限分割的思想方法可推出球的表面积公式为  $S_{\text{球}} = 4\pi R^2$ .

### 结束语

制作教具是教学资源建设的重要渠道, 也是数学教师的基本功之一. 教师应通过制作教具提高自身的业务能力, 尽管自制教具简易粗糙, 但可以加强师生交流, 激发学生学习的兴趣, 充分调动学生学习的积极性, 增强学生直观感受, 提升学生对知识的理解, 优化课堂教学效果, 使学生逐渐养成会用数学眼光观察世界, 会用数学思维思考世界, 会用数学语言表达世界的习惯, 不断提升学生的数学核心素养.

### 参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020

ISSN 0583-1458



刊号: ISSN 0583-1458  
CN11-2254/O1

全国各地邮局订购  
代号: 2-501

全年定价: 120.00 元  
每期定价: 10.00 元

9 770583 145221