

2023.6

Journal of Mathematics (China)

# 数学通报

全国初等 / 中等教育类核心期刊



$$e^{\pi i} + 1 = 0$$



中国数学会 · 北京师范大学 主办

# 数学通报

(月刊)

(1936年8月创刊)

刊名题字 郭沫若

2023年 第62卷 第6期

(6月30日出版)

主 编 保继光  
副 主 编 胡永建 柳 彬  
编 委 (按汉语拼音为序)  
保继光 代 钦 董 昭  
冯荣权 葛 军 郭要红  
郭玉峰 胡永建 郇中丹  
黄 红 蒋 迅 金宝铮  
李建华 李善良 柳 彬  
任子朝 孙晓天 苏效乐  
汤 涛 王幼宁 杨世明  
章建跃 张思明 张秀平  
赵 亮 朱维宗 朱一心  
编 辑  
郑亚利 赵籍丰

主 管:中国科学技术协会

主 办:中国数学会

北京师范大学

编辑出版:《数学通报》编委会、编辑部

通信地址:北京师范大学数学通报编辑部

邮 编:100875

电 话:010—58807753

投稿邮箱:shxtb@bnu.edu.cn

排 版:《数学通报》编辑部

印 刷:保定市海天印务有限公司

发 行:北京报刊发行局

订 购:全国各地邮局

代 号:2—501

本期责任编辑 郑亚利

## 目 次

### 本刊专稿

从克拉维斯的《几何原本》注看数学家的创新……汪晓勤(1)

### 数学教育

各种思潮下的中国近代初中数学教科书……………张鸿超 代 钦(7)

### 教学研究

尺规作图的回归:为何,何为……………刘春书(14)

基于学业质量标准的教学改进与思考…张宗余 金雯雯(19)

基于“数学理解层级”的教学设计策略思考……………叶旭山(23)

### 教学园地

运用变式教学 引向高阶目标……………陈碧芬(27)

基于情境 问题导向 思维可见……………钱建芬(31)

在问题提出中发展学生批判性思维……………杨 辉(35)

立足思维培养的有效问题设计的研究……………金 鹏(42)

### 解题教学

在立几教学中引导学生构造正方体……吴凯红 朱胜强(47)

以直觉锁定特征 借目标优化运算……………唐 毅(52)

### 建模与应用

跨学科视角下音乐融入数学课堂的项目式学习……………程 慧 徐斌艳(55)

### 初数研究

一个代数不等式的证明……………胡芳举(59)

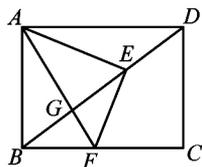
一个三元轮换对称不等式及其推广的证明……………叶瑞松(61)

数学问题解答……………(64)

$$\begin{aligned} \text{所以 } S_{\triangle OEF} &= \frac{1}{2} \left| \frac{ab^2}{ax_0 + by_0} \cdot \left( -\frac{a^2b}{ax_0 - by_0} \right) - \right. \\ &\quad \left. \frac{ab^2}{ax_0 - by_0} \cdot \frac{a^2b}{ax_0 + by_0} \right| \\ &= \frac{1}{2} \left| \frac{2a^3b^3}{a^2x_0^2 - b^2y_0^2} \right| = ab, \end{aligned}$$

所以该三角形的面积为定值.

**2725** 如图,在矩形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ , 点  $E$  在对角线  $BD$  上(不与点  $B$ 、 $D$  重合), 连结  $AE$ , 作  $EF \perp AE$  交  $BC$  于点  $F$ , 连结  $AF$  交  $BD$  于点  $G$ , 求线段  $EG$  长的最小值.



(上海市嘉定区李园一村 谷小新 201899)

**解** 由  $\angle ABF = \angle AEF = 90^\circ$  可得  $A$ 、 $B$ 、 $F$ 、 $E$  四点共圆, 所以有  $\triangle ABG \sim \triangle EFG$ , 进而可得

$$\frac{EG}{AG} = \frac{FG}{BG} \quad \text{①}$$

设  $BF = m > 0$ , 由勾股定理得

$$BD = 5, AF = \sqrt{m^2 + 9},$$

$$\text{则由 } \triangle ADG \sim \triangle FBG \text{ 得 } \frac{BG}{DG} = \frac{FG}{AG} = \frac{BF}{AD} = \frac{m}{4},$$

$$\text{解得 } BG = \frac{5m}{m+4}, AG = \frac{4\sqrt{m^2+9}}{m+4},$$

$$FG = \frac{m\sqrt{m^2+9}}{m+4},$$

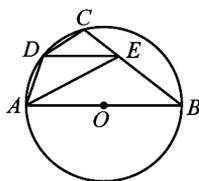
所以由①式可得

$$\begin{aligned} EG &= \frac{AG \cdot FG}{BG} = \frac{4(m^2+9)}{5(m+4)} \\ &= \frac{4}{5} \left( m+4 + \frac{25}{m+4} - 8 \right) \\ &\geq \frac{4}{5} \times \left[ 2\sqrt{(m+4) \cdot \frac{25}{m+4}} - 8 \right] = \frac{8}{5}, \end{aligned}$$

(当且仅当  $m+4 = \frac{25}{m+4}$ , 即  $m=1$  时等号成立)

所以线段  $EG$  长的最小值为  $\frac{8}{5}$ .

**2726** 如图, 四边形  $ABCD$  内接于  $\odot O$ , 点  $D$  为  $\widehat{AC}$  的中点,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 过点  $D$  作  $DE \parallel AB$  交边  $BC$  于点  $E$ , 连接  $AE$ , 若直径  $AB = 28$ , 边  $CD = 12$ , 求线段  $AE$  的长.



(山东省临清市北门里街颐清园小区 19 号楼 7 单元 2 楼西户 刘继征 252600)

**2727** 设  $n \in \mathbf{N}^+$  且  $n \geq 3$ ,  $k \in \mathbf{N}^+$ , 求证:

$$n^{n+k} > (n+k)^n.$$

(山东省邹平双语学校 姜坤崇 256200)

**2728** 过椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 外一点

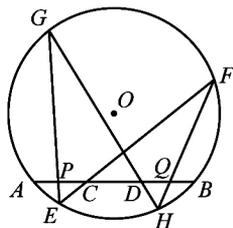
$P(x_0, y_0)$  ( $x_0 y_0 \neq 0$ ) 作椭圆的切线交  $x$  轴于点  $M, N$ . 点  $A, B$  分别为椭圆的上、下顶点, 直线  $PA, PB$  分别交  $x$  轴于点  $E, F$ . 试问  $\frac{|ME|}{|NF|}$  是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 说明理由.

(山东省泰安市宁阳县第一中学 刘才华 271400)

**2729** 已知  $x > 1$ ,  $y > 2$ ,  $z > 3$ , 求  $\frac{(x+y+z)^2}{\sqrt{x^2-1} + \sqrt{y^2-4} + \sqrt{z^2-9}}$  的最小值.

(安徽省无为中学 朱小扣 238300)

**2730** 如图, 已知  $C, D$  是  $\odot O$  的弦  $AB$  上的两点, 满足  $AC = BD$ . 过点  $C, D$  分别作  $\odot O$  的两条弦  $EF, GH$ , 连接  $GE, FH$  分别交  $AB$  于点  $P, Q$ . 求证:  $PC = QD$ .



(北京中学 史嘉 100028)

