

2022年11月



SN 1005 - 6416

QK2246923

N 12-1121/01

# 中等数学

## High-School Mathematics

TIANJIN · P.R.China 2022

ZHONGDENG SHUXUE

ISSN 1005-6416



1.1

No.

# 11

天津市数学学会  
天津师范大学  
主办

万方数据

# 目次

## 数学活动课程讲座

数学竞赛中多项式问题的常见解法..... 张慧敏 李玉梅(2)

## 命题与解题

一道棋盘中的数学问题..... 缠祥瑞(9)

一道全国高中数学联赛题的推广..... 张峻铭(11)

赛题另解..... 李耀文 李伟健 赵成海 等(12)

## 专题写作

关于三角形内心的几个性质的探讨..... 向雍立 江海兵 石莹(14)

## 竞赛之窗

2022年全国高中数学联合竞赛(A卷)..... (17)

第62届IMO预选题(三)..... (25)

2022年全国高中数学联赛吉林赛区预赛..... (30)

2022年全国高中数学联赛四川赛区预赛..... (35)

## 课外训练

数学奥林匹克高中训练题(281)..... 李维维(40)

数学奥林匹克问题..... 邵明宪 姜坤崇 李建泉 等(47)



## 中等数学

High-School Mathematics

2022年第11期(总第347期)

(2022年11月中旬出版)

主 编 王光明

副 主 编 姜姗姗

名 誉 编 委(按姓氏笔画为序)

申 铁 杨亦君 苏 洋

李 炘 李学武 李新暖

吴振奎 陈传理 袁宗沪

编 委(按姓氏笔画为序)

丁龙云 王 浩 王光明

冯志刚 冯祖鸣 朱华伟

孙 力 刘诗雄 刘金英

李 军 李 明 李 涛

李 赛 李伟团 李宝毅

李建泉 李胜宏 肖 梁

吴建平 余红兵 冷岗松

宋宝莹 张 明 陈永高

段华贵 姜姗姗 姚一隼

黄利兵 梁应德 梁哲云

熊 斌 潘 铁 瞿振华

编辑部主任 宋宝莹

编辑部电话 022-23542233

发行部电话 15822631163

E-mail zdsxlx@163.com



# CONTENTS No. 11 (2022)

Common Solutions to Polynomial Problems in Mathematics Competitions .....	ZHANG Huimin LI Yumei ( 2 )
A Mathematical Problem in a Chessboard .....	CHAN Xiangrui ( 9 )
Extension of a National Senior High School's Mathematics Competition .....	ZAHNG Junming (11)
Other Solutions of Mathematics Competition Problems .....	LI Yaowen LI Weijian ZHAO Chenghai et al. (12)
Discussion on Some Properties of the Inner Center of Triangle .....	XIANG Yongli JIANG Haibing SHI Ying (14)
The Examination for the National Senior High School's Mathematics	
Competition of China in 2022(A) .....	( 17 )
Shortlisted Problems with Solutions for the 62nd IMO( III ) .....	( 25 )
Preliminary Competition of Jilin for the National Senior High School's	
Mathematics Competition of China in 2022 .....	( 30 )
Preliminary Competition of Sichuan for the National Senior High School's	
Mathematics Competition of China in 2022 .....	( 35 )
Training Problems for Senior High School's Mathematical Olympiad(281) .....	LI Weiwei (40)
Problems on Mathematical Olympiad .....	SHAO Mingxian JIANG Kunchong LI Jianquan et al. (47)

中等数学

ZHONGDENGSHUXUE

月刊

1982年12月创刊

主管单位 天津市教育委员会

主 办 天津师范大学

天津市数学学会

编辑出版 中等数学编辑部  
主 编 王光明  
地 址 天津市西青区宾水西道 393 号  
邮 编 300387  
印 刷 天津市卫印印刷有限责任公司  
刊 号 ISSN1005 - 6416  
CN12 - 1121/O1  
国外发行 中国国际图书贸易集团有限公司  
国外代号 BM5102  
国内发行 中国邮政集团公司天津市分公司  
零售订阅 中国邮政集团公司  
发行代号 6 - 75  
定 价 8.00 元

本期责任编辑 娄姗姗

## 竞赛书目推荐

代 码	书/刊名	定 价	代 码	书/刊名	定 价
HDBX09	2009 下半年合订本	30	ZKA19	2019 全国高中数学合竞赛模拟题集	30
HDBS12	2012 上半年合订本	30	ZKA20	2020 全国高中数学合竞赛模拟题集	30
HDBX13	2013 下半年合订本	35	ZKA21	2021 全国高中数学合竞赛模拟题集	30
HDBX15	2015 下半年合订本	41	ZKA22	2022 全国高中数学合竞赛模拟题集	30
HDBQ16	2016 全全年合订本	80	ZKB05	2003—2004 国内外数学竞赛套题及精解	18
HDBS17	2017 全年合订本	80	ZKB10	2008—2009 国内外数学竞赛题及精解	30
HDBQ18	2018 全年合订本	80	ZKB11	2009—2010 国内外数学竞赛题及精解	30
HDBQ19	2019 全年合订本	100	ZKB12	2010—2011 国内外数学竞赛题及精解	30
HDBQ20	2020 全年合订本	100	ZKB13	2011—2012 国内外数学竞赛题及精解	30
HDBQ21	2021 全年合订本	100	ZKB15	2013—2014 国内外数学竞赛题及精解	38
HDBS22	2022 上半年合订本	50	ZKB16	2014—2015 国内外数学竞赛题及精解	38
ZKA10	2010 全国高中数学联赛模拟题集萃	15	ZKB17	2015—2016 国内外数学竞赛题及精解	38
ZKA15	2015 全国高中数学联赛模拟题集萃	28	ZKB18	国内外竞赛试题及精解(2016-2017)	45
ZKA16	2016 全国高中数学联赛模拟题集萃	28	ZKB19	国内外竞赛试题及精解(2017-2018)	45
ZKA17	2017 全国高中数学联赛模拟题集萃	28	ZKB20	国内外竞赛试题及精解(2018-2019)	45
ZKA18	2018 全国高中数学联赛模拟题集萃	28	ZKB21	国内外竞赛试题及精解(2019-2020)	58

由等差数列定理的逆定理可得  $FI \perp PQ$ .

(李建泉 天津师范大学数学教育科学与数学奥林匹克研究所, 300387)

**高 788** 若存在  $x_1 > 3$ , 使得在  $x_2 > -1$  时均有

$$(ax_1 - 2)(ax_2 - 2) \neq 4,$$

试求非零实数  $a$  的取值范围.

**解** 本题可以看作: 存在  $x_1 > 3$ , 使得关于  $x_2$  的方程

$$(ax_1 - 2)(ax_2 - 2) = 4$$

的解  $x_2 \leq -1$ .

$$\text{由原方程可解得 } x_2 = \frac{2x_1}{ax_1 - 2}.$$

$$\text{依题意知必有 } \frac{2x_1}{ax_1 - 2} \leq -1.$$

$$\text{故 } \frac{(a+2)x_1 - 2}{ax_1 - 2} \leq 0. \quad \textcircled{1}$$

由于  $a \neq 0$  且  $a = -2$  时, 关于  $x_1$  的不等式  $\frac{-2}{-2x_1 - 2} \leq 0$  不存在大于 3 的解, 于是,

不等式①

$$\Leftrightarrow a(a+2) \left(x_1 - \frac{2}{a}\right) \left(x_1 - \frac{2}{a+2}\right) \leq 0 \quad (a \neq 0 \text{ 且 } a \neq -2). \quad \textcircled{2}$$

(1) 当  $a(a+2) > 0$ , 即  $a > 0$  或  $a < -2$

时, 式②的解集为  $x_1 \in \left(\frac{2}{a+2}, \frac{2}{a}\right)$ ;

(2) 当  $a(a+2) < 0$ , 即  $-2 < a < 0$  时, 式

②的解集为  $x_1 \in \left(-\infty, \frac{2}{a}\right) \cup \left(\frac{2}{a+2}, +\infty\right)$ .

为了使关于  $x_1$  的不等式②存在大于 3

的解, 对于上面的情况(1)只需要  $\frac{2}{a} > 3$ , 故解

得  $0 < a < \frac{2}{3}$ ; 而对于情况(2), 知满足要求的

解一定存在.

综上, 非零实数  $a$  的取值范围是  $(-2, 0) \cup$

$\left(0, \frac{2}{3}\right)$ .

(李明 天津英才教育, 300040)