原书缺封面

中学数学

（上半月·高中）

CONTENTS | 目录

2014 年 8 月上（总第 469 期）

2014 年 8 月 10 日出版

主　　管：湖北省教育厅
主　　办：湖北大学　湖北省数学学会
编辑出版：湖北大学《中学数学》杂志社
名誉主编：齐民友
主　　编：吕顺营
执行主编：程泽华
投稿信箱：hbzxsx@126.com
主编信箱：hdlsy@hubu.edu.cn
电　　话：027-88661195
网　　址：www.hbzxsx.com
国内总发行：湖北省邮政报刊发行局
发行范围：国内外发行
中国邮政报刊订阅网址：http://bk.11185.cn
国内邮发代号：上半月：38-69
下半月：38-225
国外邮发代号：M4227
印　　刷：武汉龙华印刷有限公司
国内统一刊号：CN42-1167/O1
国际统一刊号：ISSN1002-7572
订　　阅：全国各地邮政局（所）
订阅地址：武汉市友谊大道 368 号湖北大学《中学数学》杂志社
邮　　编：430062

教材教法

教学导航

4　从克服抽象性方面提高高中数学教学效率 ……… 黄种生

7　三角函数周期性的教学设想及反思 ……………… 鹿　斌

10　例谈函数教学中数学思想方法的渗透 …………… 徐小锋

12　例谈数学试卷讲评课的“四结合”策略 …………… 王小亮

案例点评

15　高三数学复习中探究性案例教学的尝试 ………… 蔡洪明

教材点击

18　苏教版必修系列中“阅读题”的分析与教学思考
………………………………………… 陈　勇　丁益民

考试研究

备考指南

20　圆锥曲线中不等式的几种常见构建策略 ………… 刘胜林

22　“似曾相识燕归来”
——以北京卷为例“反思 2014 高考复习” ……… 常国良

24　“以题代点”谈高考中圆锥曲线问题的命题视角 …… 王玉兵

考卷解析

26　基础与创新齐飞，能力共发展并举
——从 2014 年江苏高考数学卷谈起 …… 张乃贵　张　俊

29　有效控制难度　测试基础能力　体现江苏特色
——2014 年江苏省高考数学卷特点及教学反思 …… 石志群

33　常规中重基础，朴实间见真功
——2014 年高考数学广东卷试题评价与建议
………………………………… 林　生　黄文毓　林洁纯

36　朴实中呈现特色，创新中凸显思维
——2014 年安徽高考数学试卷评析和思考 ……… 许晓天

39　“色、香、味”俱佳，“形”美“意”丰“养”更高
——2014 年浙江高考数学试题简析 …… 曹凤山　陈朝阳

42　对一道 2014 年全国高考题的思考 ……………… 夏开平

43　稳定创新并举，基础能力并重，导向选拔并行
——2014 年高考数学湖北卷试题评析与启示 …… 梅　磊

数坛在线

命题感悟

46 “命题探源”

——揭示一道三角考题的命题流程 ………………… 施伟琛

教育纵横

48 以“割圆术”为例刍议数学选修课教学 …………… 俞　昕

50 对近年高考卷频现“数学史料题”的选析与联想

………………………………………………… 沈佳栋　蒋孝国

52 注重数形结合,发展学生的思维能力 ……………… 黄严生

55 高中数学思想方法的教学案例研究 ………………… 刘　玫

59 同样的本质　别样的解答

——已知函数单调性求参数范围 …………………… 甘林蛟

61 浅谈题根变式教学的实践与思考 …………………… 蒋　程

教学参谋

解法探究

64 一个向量关系式的探究 ……………………………… 王恩宾

66 一道高考题的思索历程 ……………………………… 张春霞

69 基于一道高考试题的数理探究及推广 …………… 尹丹青

71 转化与化归思想在高中数学中的应用 …………… 杜文伟

73 对一道竞赛题的思考 ………………………………… 姚梅华

75 一道全国高中数学预赛题的推广 ………………… 刘正岳

77 一道高考试题的几何背景探究与推广 …… 汪仁林　刘聪胜

78 由一题的错解探究拉氏定理的延伸 ……………… 陈新伟

80 透过背景,衍生结论,巧破难关 ………… 洪恩锋　杨家岐

81 朴实的外表,深邃的内涵

——例谈三角形在解题中的妙用 ………………… 史银珍

新颖试题

83 “不得不说”的函数性质

——例说利用函数的渐近线处理一类分式函数问题

……………………………………………………………… 刘洪志

86 圆锥曲线中定点在张直角弦上射影问题的探究

………………………………………………… 高文启　李小利

88 “题好”何须大　花香不在多

——一道考题的剖析与启示 ………………………… 吴洪生

90 由“形似”引发解题思路的生成

——函数问题中的“化生为熟” …………………… 王芬芬

92 一道高考题引出的三点共线问题 ………………… 徐远华

94 基于高中数学创新试题解题技巧的分析 ………… 孙巧云

96 椭圆中的若干个同心圆 …………………………… 石礼标

撰稿指南

1.凡投稿,请一律将作者的姓名、简介、所在单位、通讯地址、邮政编码、联系电话、传真、E-mail等个人信息全部放在与正文内容相独立的首页,个人信息应尽量完整、准确,以便编辑部及时与作者联系.

2.因投稿量大,无论本刊采用与否,概不退稿,请作者自留底稿,投稿者勿一稿多投,若作者在投稿后一个半月仍未接到采用通知,可自行处理稿件.投稿一个半月后可与责任编辑联系查询稿件的受理情况,查询电话见版权页,也可到www.hbzxsx.com网站查询.

3.稿件形式上请遵循以下要求:

(1)稿件原则上只接收电子稿件,不再接收纸质稿件;

(2)电子稿件使用word或wps文件格式,A4幅面,内容排版格式请参考杂志中的文章格式;

(3)稿件中含有数理化公式、表格、曲线图及其他图表等内容,请务必保证其中的符号、数字、文字、图线清晰、规范.

4.为便于稿件的受理,投稿者请直接投寄各版投稿电子信箱,文责自负,谢绝一稿多投.

高中版:hbzxsx@126.com

初中版:zxsxczb@163.com

5.具体编辑计划请与责任编辑联系.

本刊编辑部电话:027-88661195

封面人物介绍

吕增锋,男,浙江象山县人,中学高级教师,象山县学科骨干教师,象山县“十佳”师德楷模.现任教于象山县第二中学,同时担任学校教科室主任.近年来,在《中学数学教学参考》、《中学数学》、《数学通讯》、《中小学数学》等专业期刊上发表论文50余篇,其中有3篇论文被中国人民大学《高中数学教与学》收录.多年来致力于课堂教学改革的研究,开创的“以学生学为中心的”高中数学“三自主”教学模式产生了较大的辐射力,被全市多所学校借鉴和采用.积极探索信息技术与数学教学的整合,制作的多媒体课件曾多次获得宁波市一等奖,现正致力于“微课”视频制作与教学方面的研究,是象山县“微课”第一人.多次受上级教育部门和高等教学机构邀请,参加学术交流和举行专题讲座,相关的宣传报道也多次见诸报端和网站.

证明:如图4,设$P(a,0)$,$B(x_B,y_B)$,则$\frac{x_B^2}{a^2}+\frac{y_B^2}{b^2}=1(a>b>0)$,$k_{AD}k_{PB}=\frac{a^2}{b^2}k_1k_{PB}=\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{y_B}{x_B+a}\cdot\frac{y_B}{x_B-a}=\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{y_B^2}{x_B^2-a^2}=\frac{a^2}{b^2}\left(-\frac{b^2}{a^2}\right)=-1$,所以$PB\perp AD$.又$PD\perp AD$,所以$P,B,D$三点共线,即直线$BD$过定点$P(a,0)$.

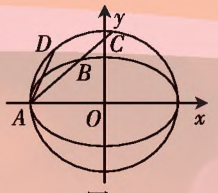
图 4

五、半径$r=\sqrt{a^2+b^2}$的圆

结论9:若椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两条互相垂直的切线的交点为$M$,则点$M$的轨迹方程为圆$x^2+y^2=a^2+b^2$.

证明:设点M的坐标为(x_0,y_0),两切点为$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,则两切线MP,MQ的方程为$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$,$\frac{x_2x}{a^2}+\frac{y_2y}{b^2}=1$.又因为点$M$在两切线上,得$\frac{x_1x_0}{a^2}+\frac{y_1y_0}{b^2}=1$,$\frac{x_2x_0}{a^2}+\frac{y_2y_0}{b^2}=1$,即直线$PQ$的方程为$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$,代入椭圆方程得$\frac{a^2-x_0^2}{a^4}x^2-\frac{2x_0y_0xy}{a^2b^2}+\frac{b^2-y_0^2}{b^4}y^2=0$,若$y\neq0$,即$x\neq\pm a$时,有$\frac{a^2-x_0^2}{a^4}\left(\frac{x}{y}\right)^2-\frac{2x_0y_0}{a^2b^2}\left(\frac{x}{y}\right)+\frac{b^2-y_0^2}{b^4}=0$,则$\frac{x_1x_2}{y_1y_2}=\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{b^2-y_0^2}{a^2-x_0^2}$ ①.

而$k_{MP}=-\frac{b^2x_1}{a^2y_1}$,$k_{MQ}=-\frac{b^2x_2}{a^2y_2}$,由$MP\perp MQ$得$\frac{b^4}{a^4}\cdot\frac{x_1x_2}{y_1y_2}=-1$ ②.

由①②得$x_0^2+y_0^2=a^2+b^2(x_0\neq\pm a)$.

而$x_0=\pm a$时,两切线交点为$(\pm a,\pm b)$,显然满足上式.

故点M的轨迹方程为$x^2+y^2=a^2+b^2$.

结论10:已知$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F$,自椭圆的准线$l:x=\frac{a^2}{c}$上任一点$P$引圆$x^2+y^2=a^2+b^2$的一条切线,切点为$Q$,则$|PQ|=|PF|$.

证明:设P点坐标为$\left(\frac{a^2}{c},t\right)$,则$PF^2=\left(\frac{a^2}{c}-c\right)^2+t^2$.

因为$PQ^2=OP^2-OQ^2=\left(\frac{a^2}{c}\right)^2+t^2-a^2-b^2=\left(\frac{a^2}{c}\right)^2-2a^2+c^2+t^2=\left(\frac{a^2}{c}-c\right)^2+t^2$,所以$PQ^2=PF^2$,即$PQ=PF$.

结论11:若椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与圆$x^2+y^2=a^2+b^2$的一条弦$ED$(不与坐标轴垂直)交于点$M,N$,当$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0$时,则弦$ED$的长为定值.

证明:当$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=0$,由结论1知点$O$到$ED$的距离为定值,定值为$d=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$,则弦$ED$的长为$2\sqrt{a^2+b^2-\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}}=\frac{2\sqrt{a^4+a^2b^2+b^4}}{a^2+b^2}$.

结论12:如图5,过圆$O:x^2+y^2=a^2+b^2$上任一点P作椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两条切线$PA$,$PB$($A$,$B$为切点),分别交圆$O$于点$C,D$,连接$OP$交$AB$于点$E$,则$E$为$AB$的中点,且$k_{CD}\cdot k_{OP}=k_{OA}\cdot k_{PA}=k_{OB}\cdot k_{PB}=-\frac{b^2}{a^2}$.

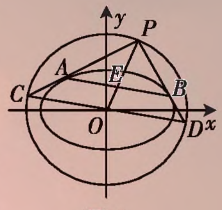
图 5

证明:设$P(x_0,y_0)$,则过点P的椭圆两切点弦AB的方程为$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$,即$y=-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}+\frac{b^2}{y_0}$.

代入椭圆方程得$(a^2y_0^2+b^2x_0^2)x^2-2a^2b^2x_0x+a^4(b^2-y_0^2)=0$.

设$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则AB中点的横坐标为$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{a^2b^2x_0}{a^2y_0^2+b^2x_0^2}$.

OP的方程为$y=\frac{y_0}{x_0}x$,与$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$联立得$x_E=\frac{1}{\frac{x_0}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2x_0}}=\frac{a^2b^2x_0}{b^2x_0^2+a^2y_0^2}$.

所以E为AB的中点.

由结论9知$\angle APB=90°$,而E为AB的中点,则$\angle APE=\angle EAP$.

同理$\angle CPO=\angle OCP$,故$\angle PAE=\angle PCO$,得$AB/\!/CD$.

则$k_{CD}\cdot k_{OP}=k_{AB}\cdot k_{OP}=\left(-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}\right)\cdot\frac{y_0}{x_0}=-\frac{b^2}{a^2}$.

PA的方程为$\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$,则$k_{OA}\cdot k_{PA}=\frac{y_1}{x_1}\cdot\left(-\frac{b^2x_1}{a^2y_1}\right)=-\frac{b^2}{a^2}$,同理$k_{OB}\cdot k_{PB}=-\frac{b^2}{a^2}$.

故$k_{CD}\cdot k_{OP}=k_{OA}\cdot k_{PA}=k_{OB}\cdot k_{PB}=-\frac{b^2}{a^2}$.

以上给出了以原点为圆心、半径和椭圆基本量a,b,c有关的圆与椭圆相结合的12个基本结论,每一个结论都对应一个有趣的问题结构,可以适当改编而形成椭圆与圆结合的好题.其实由椭圆构造出与圆的问题很多,当然相关的结论也有很多,因篇幅关系,就不再多谈.

参考文献:

1.郑邦锁.椭圆中的两个同心圆[J].中学数学教学参考(上),2013(12). **FH**

国内统一刊号:CN42-1167/O1 国际统一刊号:ISSN1002-7572
国内邮发代号:38-69 国外邮发代号:M4227
国内总发行:湖北省邮政报刊发行局 定价:10.00元
中国邮政报刊订阅网址:http://bk.11185.cn
ISSN1002-7572
15>