

全国优秀科技期刊
中国期刊方阵双效期刊

ISSN 1002-4123
CN 34-1070/O1

中学数学教学

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUE

1
2015



合肥师范学院
安徽师范大学
安徽省数学学会

万方数据

中学数学教育

(双月刊)

1978年创刊(总第211期)
2015年第1期
2015年2月15日出版

主管:安徽省教育厅
主办:合肥师范学院
安徽师范大学
安徽省数学学会

主编:杨世国
常务副主编:张新全

目次

特稿 沉痛悼念贾汉凯先生	本刊编辑部(1)
聚焦新课程	
多姿多彩的微课设计	
——《点到直线的距离》三则微课设计案例的赏析与思考	计惠方 钱远峰(2)
“直线与二次曲线关系问题的运算策略”的教学设计与思考	万国全(6)
对新课程下高中数学课堂小结教学现状的调查研究	向立政 唐万成(10)
关于两节比赛课的碎片思考	束从武 汪洪潮(14)
教学参考	
在题根探究中砥砺前行	
——记函数 $y = x $ 的拓展应用	张志年(18)
基于“数学理解动态生长模型”的数学理解性学习的思考	刘亚平(20)
从2014年全国大纲卷理科数学试题第22题谈起	洪恩锋 杨家岐(24)
向量形式的基本不等式	陈宽宏(26)
对《两种不同着色应用问题的探析》一文的更正	周天明(28)
对一道全国联赛题的多角度探究	范花妹 秦庆雄(29)
立足向量运算 探究向量在数学解题中的价值	黄严生 严华兰 李 茜(31)
对一道中考压轴填空题的解析与思考	王震伟(34)
一个结论的统一简洁证明	李红春(36)
解题方法	
例谈一般化思想在解题中的应用	邹生书(37)
二次函数零点式:平凡亦不凡	叶兴炎(39)
一类函数方程的本质探究	王怀明 吴 斌(41)
我所理解的高考指挥棒	
——兼评2014年安徽高考文科数学试卷	杨明正(43)
对一道高考数列不等式的再思考	邵明究(46)
导数问题中的“设而不求”	黄卫平(48)
复习考试	
深入研究高三课型特点 提高数学课堂教学质量	毛仕理(50)
立足基本题型 变式深化思维	
——高三复习教学片断的感悟	陈勇军(55)
初数研究	
一个条件不等式的推广	方 静 郭要红(58)
一类多元含参最值问题的研究	李剑峰(59)
一个猜想的提出与研究	于现峰(61)
数学园地	
错在哪里	冯善状 夏振斌(64)
一道有奖征解题的解答	吕爱生(封三)

(2) 当 $\rho > 2$ 时, 有 $\frac{\rho}{2} - 1 > 0$. 又当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 时, $0 < x^{\frac{\rho}{2}-1} < (1-x)^{\frac{\rho}{2}-1} < 1$, 总有 $0 < f_1(x) < 1, f'_1(x) < 0, 0 < (x-x^2)^{\frac{\rho}{2}-1} < 1, 1-2x > 0$. 由②式可得 $f'(x) > 0$; 当 $\frac{1}{2} < x < 1$ 时, $1 > x^{\frac{\rho}{2}-1} > (1-x)^{\frac{\rho}{2}-1} > 0$, 总有 $0 < f_1(x) < 1, f'_1(x) > 0, 0 < (x-x^2)^{\frac{\rho}{2}-1} < 1, 1-2x < 0$. 由②式可得 $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 在 $x = \frac{1}{2}$ 处有最大值, 此时有 $f(\frac{1}{2}) = m$.

(3) 当 $\rho < 0$ 时, 有 $\frac{\rho}{2} - 1 < -1$. 又当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 时, $x^{\frac{\rho}{2}-1} > (1-x)^{\frac{\rho}{2}-1} > 1$, 总有 $f_1(x) > 2, f'_1(x) < 0, (x-x^2)^{\frac{\rho}{2}-1} > 1, 1-2x > 0$. 由②式可得 $f'(x) < 0$; 当 $\frac{1}{2} < x < 1$ 时, $x^{\frac{\rho}{2}-1} < (1-x)^{\frac{\rho}{2}-1} < 1$, 总有 $f_1(x) > 2, f'_1(x) > 0, 0 < (x-x^2)^{\frac{\rho}{2}-1} < 1, 1-2x < 0$. 由②式可得 $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $x = \frac{1}{2}$ 处有最小值, 此时有 $f(\frac{1}{2}) = m$.

总之, 对于任意给定的常数 $\rho \in \mathbf{R}, \rho \neq 0$, 等式 $\sin^{\rho}\theta + \cos^{\rho}\theta + (\sin\theta\cos\theta)^{\rho} + \frac{1}{\sin^{\rho}\theta + \cos^{\rho}\theta} = \frac{2}{(\sqrt{2})^{\rho}} + \frac{(\sqrt{2})^{\rho}}{2} + (\frac{1}{2})^{\rho}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 成立, 则有 $x = \frac{1}{2}$, 即有 $\sin\theta = \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 所以 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$.

注 这道有奖征解题的源头是《中学数学研

究(广东)》刊登的第 360 号数学问题^[2], 这里只是加大了难度. 文[3]给出了三种证法, 估计这三种证法同样适用于本有奖征解题, 本文尝试的是其中的第一种证法, 其实质都是分类思想与求导方法的结合. 另外, 柯西不等式的基本思想或许也可以应用于此题!

由上证明, 我们容易得到以下推论:

推论 1 对于任意给定的常数 $\rho \neq 0, \rho \in \mathbf{R}$, 如果等式 $(\sin\theta\cos\theta)^{\rho} = (\frac{1}{2})^{\rho}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 成立, 求证 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$.

推论 2 对于任意给定的常数 $\rho \neq 2, \rho \neq 0, \rho \in \mathbf{R}$, 如果等式

$$\sin^{\rho}\theta + \cos^{\rho}\theta + \frac{1}{\sin^{\rho}\theta + \cos^{\rho}\theta} = \frac{2}{(\sqrt{2})^{\rho}} +$$

$\frac{(\sqrt{2})^{\rho}}{2}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 成立, 求证 $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$.

附: 数学问题 360 对于任意给定的常数 $\rho \in \mathbf{R}, \rho \neq 2, \rho \neq 0$,

$$\text{等式 } \sin^{\rho}\theta + \cos^{\rho}\theta = 2(\frac{\sqrt{2}}{2})^{\rho} \text{ (} 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \text{)}$$

成立, 求证: $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$.

推论 2 已经“非常”接近数学问题 360 了, 看来大约正是该问题的分流.

参考文献

- 1 孙文彩. 有奖征解[J]. 中学数学教学, 2014(1)
- 2 孙文彩. 数学问题[J]. 中学教学研究(广东), 2011(12)
- 3 吕爱生. 数学问题 360 的证明[J]. 中学教学研究, 2013(1)

编辑出版 《中学数学教学》编辑部
 地 址 合肥市莲花路 1688 号合肥师范学院
 邮 编 230601 电 话 0551-62836265
 E-mail zsjxhf@sina.com
 印 刷 合肥共达印刷厂
 总 发 行 安徽省邮政报刊发行局
 发行范围 国内外公开发行

ISSN 1002-4123



本期责任编辑 万家练
 订 阅 全国各地邮局
 邮 订 代 号 26-7